



Escola Tècnica Superior d'Enginyers
de Camins, Canals i Ports de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TESINA D'ESPECIALITAT

Títol

**ANÁLISIS Y MODELIZACIÓN DE ENSAYOS
DE UNIONES MECÁNICAS DE MATERIALES GFRP
FABRICADOS POR PULTRUSIÓN**

737 - TES - CA - 5256

Autor/a

ORIOL REOLID HERNÁNDEZ

Tutor/a

JUAN ANTONIO SOBRINO ALMUNIA

ARANTXA OLMO SEGOVIA

Departament

Resistència de materials i estructures a l'enginyeria (RMEE)

Intensificació

Tecnologia i Construcció d'Estructures

Data

Julio 2011

Título: ANÁLISIS Y MODELIZACIÓN DE ENSAYOS DE UNIONES MECÁNICAS DE MATERIALES GFRP FABRICADOS POR PULTRUSIÓN.

Autor: ORIOL REOLID HERNÁNDEZ

Tutor: JUAN ANTONIO SOBRINO ALMUNIA; ARANTXA OLMO SEGOVIA

Palabras clave: GFRP PULTRUSIÓN, UNIONES MECÁNICAS, MATERIAL COMPUESTO LAMINADO, CRITERIO DISEÑO, MODOS DE FALLO.

RESUMEN

El uso de materiales compuestos en la ingeniería estructural ha crecido notablemente en los últimos años gracias a las ventajas que aportan en relación con los materiales constructivos convencionales. Las numerosas cualidades funcionales como la ligereza, el bajo mantenimiento, la multitud de formas y su gran resistencia mecánica y química hacen de estos materiales una alternativa o complemento ideal al hormigón o el acero.

En concreto, los materiales compuestos reforzados con fibra de vidrio (GFRP) fabricado por pultrusión son de gran utilidad en el ámbito del diseño de puentes, siendo usados tanto en la rigidización de los tableros o como en refuerzos de vigas o pilares. Su fácil transporte y colocación en obra son sus grandes ventajas frente a los materiales tradicionales. Sin embargo, la falta de una guía de diseño normalizada sobre estos materiales frena su evolución. Se han elaborado distintos estudios y normativas sobre materiales FRP pultrusionados, pero la falta crítica constructiva y de unificación de ideas han evitado la coordinación de una guía de diseño global. Es ejemplo de ello las conexiones mecánicas entre elementos de materiales compuestos de este tipo. Este tipo de conexiones con tornillos es a día de hoy uno de los objetivos de la investigación sobre estos materiales.

En la tesina se analizan los resultados de diversos ensayos experimentales llevados a cabo en el IETcc para la verificación de la capacidad de carga de paneles de material compuesto reforzado con fibra de vidrio (GFRP) y de diversos tipos de uniones mecánicas mediante tornillos. Los ensayos formaron parte del proyecto de una pasarela híbrida de acero inoxidable y perfiles y placas nervadas de GFRP construida en Zumaia.

Paralelamente a estos resultados experimentales, se analizan los ensayos mediante los criterios de dimensionamiento de una guía y un manual de diseño. La guía corresponde a la instrucción italiana de perfiles pultrusionados FRP y el manual perteneciente a la empresa suministradora de los paneles usados en los ensayos. De esta manera, se hace una verificación de los ensayos y por la otra un análisis comparativo de los dos criterios de cálculo simplificado de uniones mecánicas pertenecientes a los dos manuales.

Por último se modelizan numéricamente los ensayos con el método de los elementos finitos mediante el software Ramseries. Este permite trabajar con el modelo de materiales compuestos laminados y el uso de un criterio de fallo (LaRC04) que distingue el modo de fallo de sus componentes, la fibra y la matriz del elemento.

A partir de los resultados de los ensayos, cálculos simplificados y la modelización, se pretende hacer un análisis comparativo y así sacar conclusiones respecto al comportamiento de las uniones mecánicas y de las principales diferencias entre los dos manuales en uso actualmente.

Title: ANALYSIS AND MODELING OF JOINT MECANICAL TESTS OF GFRP MATERIALS MANUFACTURED BY PULTRUSION.

Author: ORIOL REOLID HERNÁNDEZ

Supervisor: JUAN ANTONIO SOBRINO ALMUNIA; ARANTXA OLMO SEGOVIA

Keywords: GFRP PULTRUSION, MECANICAL JOINT, LAMINATED MATERIAL, DESIGN CRITERIA, FAILURE MODES.

ABSTRACT

The use of composite materials in structural engineering has grown substantially in recent years due to their advantages in relation to conventional construction materials. The many functional qualities such as lightness, low maintenance, the multitude of forms and great mechanical and chemical resistance make these materials an alternative or ideal complement to concrete or steel.

Particularly, composites reinforced with glass fibers (GFRP) by pultrusion are especially useful in bridge design, being used either as stiffeners for bridge decks or as reinforcements in beams or pillars. Easy transportation and installation at site are its great advantages in comparison with traditional materials such as concrete. However, the lack of a standard design guide on these materials slows down its evolution. Various studies have been developed some regulations on these materials, but constructive criticism and lack of unifying ideas have prevented the coordination of a global design guide. The theory about mechanical connections between structural elements is one of the most important knowledge gaps. Mechanical connections with bolts is today one of the objectives of the research on these materials.

MSc Thesis analyzes the results of several experimental tests carried out at the *LETcc* to verify the load capacity of composite panels reinforced with glass fibers (GFRP) and various types of mechanical joints. The trials were part of the proposed hybrid stainless steel GFRP pedestrian bridge built in Zumaia.

Parallel to these experimental results, the tests are analyzed using the design criteria of two design manuals. The Italian Design Guide of FRP pultruded shapes and the other is owned by the supplier of the profiles used in the trials. Thus, it is a verification test and the other a comparative analysis of the two criteria of simplified calculation of mechanical connections belonging to the two manuals.

Finally the tests are modeled numerically with a finite element model using the software Ramseries. This allows you to work with the model of laminated composites and using a criterion of failure (LaRC04) distinguishes the failure mode of components, fibers and matrix element.

From the test results, simplified calculations and modeling, is to make a comparative analysis and draw conclusions about the behavior of mechanical joints in these materials add comparison of the manuals.

Agradecimientos,

Quiero agradecer primeramente a mis tutores de tesina, Juan Antonio Sobrino Almunia y Arantxa Olmo Segovia por sus indicaciones a lo largo del trabajo a pesar de la distancia a la que nos encontrábamos los unos de los otros.

Especial agradecimiento a la empresa COMPASS Ingeniería y Sistemas S.A por su amabilidad y a Daniel Sá López por su paciencia y atención en mis inicios con la modelización numérica.

A mis padres, mi hermano y amigos más cercanos, por mostrarme su apoyo durante seis duros meses de trabajo.

En especial a Bianca, que sin ella, todo sería un poco más complicado.

ÍNDICE DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. OBJETIVOS.....	3
3. ESTADO DEL CONOCIMIENTO	5
3.1 Materiales compuestos	5
3.1.1 Componentes de los materiales compuestos.....	5
3.1.1.1 Fibras.....	6
3.1.1.1.1 Fibra de vidrio.....	6
3.1.1.1.2 Fibra de carbono.....	7
3.1.1.1.3 Fibra de aramida.....	8
3.1.1.2 Matrices	8
3.1.1.2.1 Resina de poliéster	9
3.1.1.2.2 Resina viniléster.....	9
3.1.1.2.3 Resina fenólica.....	10
3.1.1.2.4 Resina epoxi	10
3.1.2 Ventajas y desventajas del uso de materiales compuestos	10
3.1.3 Procesos de fabricación.....	12
3.1.4 Aplicaciones de los materiales compuestos en ingeniería civil	15
3.1.4.1 Refuerzos de FRP para estructuras de nueva construcción	15
3.1.4.2 Fortalecer y adecuar estructuras existentes (<i>Retrofitting</i>).....	16
3.1.4.3 Refuerzo de estructuras bajo cargas sísmicas	17
3.1.4.4 Perfiles de FRP para nuevas estructuras.....	17
3.1.4.4.1 Tableros para puentes y superestructuras.....	18
3.2 Modelo constitutivo de comportamiento de materiales compuestos laminados... 19	
3.2.1 Teoría de la Elasticidad Lineal.....	19
3.2.2 Macromecánica de una lámina.....	20
3.2.3 Macromecánica del laminado	22
3.2.4 Modos de fallo de materiales FRP laminados: LaRC04 <i>Criteria</i>	26
3.2.4.1 LaRC #1: Fallo de la matriz por tensión	27
3.2.4.2 LaRC #2 y LaRC #5: Fallo de la matriz por compresión.....	27
3.2.4.3 LaRC04#3: Fallo de la fibra a tracción	28
3.2.4.4 LaRC #4 y LaRC #6: Fallo de la fibra a compresión.....	28
3.2.5 Técnicas de cálculo por el Método de los Elementos Finitos (MEF)	29

3.2.5.1	Principio de los Trabajos Virtuales (PTV)	29
3.2.5.2	Discretización en elementos finitos de placa	30
3.3	Material compuesto FRP por pultrusión	32
3.3.1	Características del material.....	33
3.3.2	Propiedades mecánicas del material	34
3.3.3	Uniones en materiales FRP pultrusionados	36
3.3.3.1	Uniones mecánicas mediante tornillos	36
3.3.4	Técnicas de cálculo simplificado y diseño	39
3.3.4.1	Guía italiana de diseño	39
3.3.4.1.1	Comprobación Esfuerzo Axil	40
3.3.4.1.2	Comprobación para conexiones mecánicas.....	40
3.3.4.2	<i>Design Manual de Fiberline Composites A/S</i>	43
3.3.4.2.1	Comprobación Esfuerzo Axil	43
3.3.4.2.2	Comprobación de conexiones mecánicas.....	44
4.	ANÁLISIS DE LA CAMPAÑA DE ENSAYOS (IETcc).....	49
4.1	Descripción de los ensayos experimentales	49
4.1.1	Ensayo de tracción del laminado.....	50
4.1.1.1	Ensayo longitudinal	50
4.1.1.2	Ensayo transversal	53
4.1.2	Ensayo de uniones mecánicas.....	54
4.2	Contraste de los ensayos con las técnicas de cálculo simplificado	56
4.2.1	Ensayo de tracción del laminado.....	57
4.2.1.1	Ensayo longitudinal	57
4.2.1.2	Ensayo transversal	57
4.2.2	Ensayo de uniones mecánicas.....	58
4.2.2.1	Guía italiana de diseño	58
4.2.2.2	<i>Design Manual de Fiberline Composites A/S</i>	60
4.2.2.3	Análisis de los resultados	61
4.3	Modelización ensayo de tracción del laminado	63
4.3.1	Ensayo longitudinal	63
4.3.1.1	Características del modelo	63
4.3.1.2	Resultados	65
4.3.1.3	Análisis de los resultados	66

4.3.2	Ensayo transversal.....	67
4.3.2.1	Características del modelo.....	67
4.3.2.2	Resultados.....	69
4.3.2.3	Análisis de los resultados.....	71
4.4	Modelización de las uniones mecánicas.....	72
4.4.1	Características del modelo.....	72
4.4.2	Resultados.....	74
4.5	Análisis comparativo de resultados.....	85
4.5.1	Ensayo de tracción del laminado.....	85
4.5.1.1	Ensayo longitudinal.....	85
4.5.1.2	Ensayo transversal.....	85
4.5.2	Ensayo de uniones mecánicas.....	86
5.	CONCLUSIONES.....	89
5.1	Resultados de los ensayos.....	90
5.1.1	Ensayo de tracción longitudinal.....	90
5.1.2	Ensayo de tracción transversal.....	90
5.1.3	Ensayo de uniones mecánicas.....	90
5.2	Manuales de diseño.....	92
5.3	Trabajos futuros.....	93
6.	BIBLIOGRAFÍA.....	95
7.	ANEJOS.....	97

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1. Propiedades principales de los diferentes tipos de fibras de vidrio.	7
Tabla 3-2. Propiedades materiales y mecánicas de las fibras de carbono.	8
Tabla 3-3. Clasificación de matrices utilizadas en materiales compuestos [1].	9
Tabla 3-4. Propiedades materiales y mecánicas de las resinas de poliéster.	9
Tabla 3-5. Propiedades materiales y mecánicas de las resinas viniléster.	10
Tabla 3-6. Propiedades materiales y mecánicas de las resinas epoxi.	10
Tabla 3-7. Densidades de los principales materiales constructivos.	11
Tabla 3-8. Ventajas y desventajas del uso de barras de refuerzo de FRP [7].	16
Tabla 3-9. Propiedades de P2600.	33
Tabla 3-10. Propiedades de la fibra de vidrio E-Glass.	33
Tabla 3-11. Propiedades mecánicas del material.	35
Tabla 3-12. Valores de rigidez del material.	36
Tabla 3-13. Recomendaciones geométricas.	41
Tabla 4-1. Resultados del ensayo de tracción longitudinal del laminado.	51
Tabla 4-2. Resultados del ensayo de tracción longitudinal del laminado.	54
Tabla 4-3. Cargas últimas de tracción de las conexiones del ensayo de uniones mecánicas.	56
Tabla 4-4. Cargas últimas de tracción longitudinal según el cálculo simplificado.	57
Tabla 4-5. Cargas últimas de tracción transversal según el cálculo simplificado.	58
Tabla 4-6. Características geométricas de las conexiones en las diferentes probetas.	58
Tabla 4-7. Cargas últimas de tracción para el modo net-section failure según la guía italiana de diseño.	59
Tabla 4-8. Cargas últimas de tracción del modo de desgarre según la guía italiana de diseño. ...	59
Tabla 4-9. Cargas últimas de tracción para el modo de aplastamiento según la guía italiana de diseño.	60
Tabla 4-10. Cargas últimas de tracción para el modo net-section failure según el Design Manual de Fiberline.	60
Tabla 4-11. Cargas últimas de tracción para el modo de desgarre según el Design Manual de Fiberline.	61
Tabla 4-12. Cargas últimas de tracción para el modo de aplastamiento según el Design Manual de Fiberline.	61
Tabla 4-13. Cargas últimas de tracción para la conexión según la tabla de dimensionamiento (0°).	61
Tabla 4-14. Tabla comparativa de las cargas últimas de las conexiones mecánicas.	62
Tabla 4-15. Propiedades mecánicas del material de pultrusión.	64
Tabla 4-16. Cargas de tracción de rotura aplicadas en los paneles.	74
Tabla 4-17. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_50.	77
Tabla 4-18. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_50 en el desgarre del material.	78
Tabla 4-19. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_35.	80
Tabla 4-20. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_35 en el desgarre del material.	81
Tabla 4-21. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_35.	83
Tabla 4-22. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_35.	83

Tabla 4-23. Resultados de cargas últimas del ensayo longitudinal.....	85
Tabla 4-24. Resultados de cargas últimas del ensayo transversal.....	86
Tabla 4-25. Resultados de cargas últimas del ensayo de uniones mecánicas.....	86
Tabla 5-1. Cargas últimas del modo de desgarre del material.....	91
Tabla 5-2. Cargas últimas en las conexiones de UNI_4_50 del modo de desgarre.....	91
Tabla 5-3. Cargas últimas en las conexiones de UNI_4_35 del modo de desgarre.....	91
Tabla 5-4. Cargas últimas en las conexiones de UNI_2_35 del modo de desgarre.....	92

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3-1. Fibra en roving(a) y mat de hilos cortados (b). Extraído de [2].	7
Figura 3-2. Proceso de Hand Layup.	12
Figura 3-3. Proceso de proyección simultánea.	13
Figura 3-4. Proceso de inyección (RTM).	13
Figura 3-5. Proceso de vacío.	13
Figura 3-6. Proceso de bobinado de filamentos	14
Figura 3-7. Proceso de pultrusión	14
Figura 3-8. Parte inicial con las bobinas y cantres con mats de fibra de refuerzo.	14
Figura 3-9. La figura (a) muestra el revestimiento de un túnel y en la figura (b) un refuerzo de una columna mediante un tejido de material compuesto externamente adherido.	17
Figura 3-10. Diferentes perfiles de material FRP pultrusionado.	18
Figura 3-11. Figura (a) muestra la colocación del tablero por parte de los trabajadores y en la figura (b) el puente con la actuación completa.	18
Figura 3-12. Definición de las direcciones del material en función de la orientación de las fibras de refuerzo.	20
Figura 3-13. Relación entre los dos sistemas de referencia.	21
Figura 3-14. Relación de signos de la placa laminada.	22
Figura 3-15. Cargas exteriores a la placa y convenio de signos.	24
Figura 3-16. Configuración geométrica de una placa en función de las láminas.	24
Figura 3-17. Convenio de signos de la placa discretizada.	30
Figura 3-18. Hilos roving en bobina.	34
Figura 3-19. Direcciones de pultrusión y transversal en un perfil [5]	34
Figura 3-20. Modos de fallo a) Aplastamiento, b) Net-section, c) Desgarre, d) Cleavage.	38
Figura 3-22. Geometría de la conexión.	38
Figura 3-22. Geometría de la conexión.	40
Figura 3-23. Fallo net-section para carga de tracción aplicada en dirección de fibras (a) y transversal (b).	42
Figura 3-24. Fallo de desgarro o Shear-out para carga de tracción en dirección de fibras	42
Figura 3-25. Fallo de aplastamiento o bearing failure para carga de tracción en la dirección de la pultrusión (a) y en la transversal (b).	43
Figura 3-26. Limitaciones geométricas para el diseño de la conexión	44
Figura 3-27. Fallo net-section para carga de tracción aplicada en dirección de fibras (a) y transversal (b)	45
Figura 3-28. Fallo de desgarro o shear-out failure para carga de tracción en la dirección de la pultrusión (a) y en la transversal (b).	45
Figura 3-29. Fallo de aplastamiento o bearing failure para carga de tracción en la dirección de la pultrusión (a) y en la transversal (b).	46
Figura 3-30. Tabla de dimensionamiento de conexiones para la dirección de pultrusión (0°).	47
Figura 3-31. Tabla de dimensionamiento de conexiones para la dirección transversal (90°).	47
Figura 4-1. (a) Imagen del panel y (b) alzado [20].	49
Figura 4-2. Imagen (a) los paneles situados en el puente sobre la ría Narrondo (Zumaia) y en (b) un panel ensayado por el IETcc.	50

Figura 4-3. Probeta del ensayo de tracción longitudinal del laminado con las mordazas situadas en los extremos.	50
Figura 4-4. Probeta del ensayo con las direcciones longitudinal y transversal.	51
Figura 4-5. Deslaminación de la probeta en el ensayo de tracción longitudinal.....	52
Figura 4-6. Gráfica Tensión-deformación de la probeta LON_6.....	52
Figura 4-7. Probeta del ensayo de tracción transversal del laminado.	53
Figura 4-8. Geometría de la probeta del ensayo de tracción transversal del laminado	53
Figura 4-9. Delaminación interna de una probeta en el ensayo de tracción.	54
Figura 4-10. Disposición del ensayo de uniones mecánicas.	55
Figura 4-11. Geometría del ensayo de uniones mecánicas	55
Figura 4-12. Imágenes de los fallos por desgarre del material en las probetas.....	56
Figura 4-13. Geometría de la probeta LON_6.....	64
Figura 4-14. Modelo LON_6.....	64
Figura 4-15. Campo de desplazamientos del modelo LON_6 en la dirección de las fibras bajo la carga de rotura.	65
Figura 4-16. Deformación unitaria del material en la dirección de las fibras bajo la carga de rotura.....	65
Figura 4-17. Distribución del factor LaRC04#3 (m1) de fallo de la matriz por tracción.	66
Figura 4-18. Gráfica Tensión-Deformación del punto medio de la probeta real y del modelo. ...	67
Figura 4-19. Geometría del modelo de tracción transversal del laminado.....	68
Figura 4-20. Propiedades materiales del modelo de tracción transversal.....	68
Figura 4-21. Campo de desplazamientos en la dirección Y bajo la carga de rotura.	69
Figura 4-22. Tensiones S22 bajo al carga de rotura en la conexión a la- alma.	70
Figura 4-23. Distribución LaRC04#1: rotura de la matriz en la zona ala- alma.....	70
Figura 4-24. Distribución LaRC04#3 bajo carga de rotura.....	71
Figura 4-25. Modelo de UNI_2_180.	72
Figura 4-26. Modelos UNI_2_35 y UNI_4_50.....	72
Figura 4-27. Direcciones principales en el modelo UNI_4_35.	73
Figura 4-28. Condiciones de contorno en los tornillos.	73
Figura 4-29. LaRC04#3 para UNI_4_50, UNI_4_35, UNI_2_35 y UNI_2_180 (de arriba abajo y de izquierda a derecha).....	74
Figura 4-30. Tensiones S11 para UNI_4_50, UNI_4_35, UNI_2_35 y UNI_2_180.....	75
Figura 4-31. Secciones de UNI_4_50 a analizar para el fallo de desgarre	76
Figura 4-32. Tensiones tangenciales en la sección AA' del Tornillo 1 de UNI_4_50	76
Figura 4-33. Tensiones tangenciales en la sección BB' del Tornillo 1 de UNI_4_50	77
Figura 4-34. (a) Desplazamientos en dirección X y (b) desplazamientos en dirección Y.	78
Figura 4-35. Deformada de la probeta UNI_4_50 bajo la carga última de rotura.	79
Figura 4-36. Secciones de UNI_4_35 a analizar para el fallo de desgarre	79
Figura 4-37. Tensiones tangenciales en la sección EE' del Tornillo 3 de UNI_4_35.....	80
Figura 4-38. Tensiones tangenciales en la sección FF' del Tornillo 3 de UNI_4_35.	80
Figura 4-39. Deformada de la probeta UNI_4_35 bajo la carga última de rotura.	81
Figura 4-40. Secciones de UNI_2_35 a analizar para el fallo de desgarre.....	82
Figura 4-41. Tensiones tangenciales en la sección AA' del Tornillo 1 de UNI_2_35	82
Figura 4-42. Tensiones tangenciales en la sección BB' del Tornillo 1 de UNI_2_35.....	83
Figura 4-43. Deformada de la probeta UNI_2_35 bajo la carga última de rotura.	84

1. INTRODUCCIÓN

El uso de materiales compuestos con fibras en ingeniería estructural se ha visto incrementado sustancialmente en los últimos años gracias a sus ventajosas propiedades. Una configuración anisotrópica que permite aprovechar la dirección más rígida, altas resistencias específicas y un excelente comportamiento en ambientes agresivos, justifican su creciente nivel de aplicación en ingeniería civil, tanto para refuerzos de estructuras como para la fabricación de nuevos perfiles, por ejemplo, de pultrusión.

El diseño de un elemento estructural no depende solamente de sus propiedades mecánicas, sino que, tanto su configuración como proceso de fabricación influyen notablemente. Desde hace algunos años, el uso de perfiles FRP fabricados por pultrusión ha ido creciendo como material constructivo para tableros de pasarelas para peatones, trabajando junto a materiales consagrados como el acero o el hormigón. Sin embargo, la principal desventaja que presentan es la falta de una normativa específica y única que regule el diseño de estos nuevos materiales estructurales.

En el diseño de materiales compuestos por pultrusión, una de las grandes incógnitas sigue siendo el dimensionamiento de las uniones mecánicas entre elementos estructurales. Se han realizado diferentes estudios experimentales y teóricos sobre el tema, pero la falta de revisiones críticas y coordinación de los mismos, frena la consolidación de una sola guía de diseño.

En la presente tesina se pretende hacer un análisis comparativo del diseño de uniones mecánicas en materiales FRP pultrusionados mediante tres vías distintas. La primera de las vías consiste en el análisis de unos ensayos experimentales llevados a cabo en el IETcc, los cuales

incluyen dos ensayos de tracción del laminado y otro de uniones mecánicas con tornillos. Estos ensayos darán una visión práctica de los modos de fallo que puede sufrir una conexión mecánica y la evolución del material sometido a cargas en distintas direcciones. Se podrá observar la influencia en la resistencia del material de la dirección de pultrusión, así como la función de la fibra y la matriz en el conjunto.

La segunda vía de información consiste en la elaboración de un estudio sobre los criterios de cálculo simplificado de dos guías de diseño, uno de la instrucción italiana de diseño de perfiles pultrusionados y el otro del manual de la empresa productora de los perfiles, Fiberline Composites A/S, usados en los ensayos experimentales. Estas dos guías de diseño, mediante sus criterios de dimensionamiento de conexiones mecánicas, ayudarán a comprender de una forma más teórica, los diferentes tipos de rotura que sufre el material en contacto con el tornillo.

Por último, la elaboración del modelo numérico de los ensayos mediante el método de los elementos finitos. El software utilizado para la modelización es Ramseries, el cual permite el uso de materiales compuestos laminados y del criterio de rotura LaRC04, desarrollado por la NASA en 2005, que permite separar las roturas de los dos componentes de los materiales, la fibra y la matriz.

Una vez obtenidos los resultados de las distintas fuentes de estudio, se lleva a cabo la verificación tanto de los manuales como del modelo, y extraer las conclusiones pertinentes respecto al dimensionamiento de las uniones mecánicas con tornillos.

2. OBJETIVOS

Una vez hecha la introducción, se procede a enumerar los diferentes objetivos marcados a lo largo del trabajo:

1. Documentación teórica sobre el comportamiento de las uniones mecánicas en materiales compuestos FRP, analizando sus distintos modos de fallo y los criterios de dimensionamiento mediante el cálculo simplificado de dos manuales de diseño.
2. Análisis de los ensayos de tracción del laminado y de uniones mecánicas de paneles GFRP pultrusionados realizados por el IETcc. A partir de los resultados del informe elaborado por el Instituto Torroja, hacer un análisis comparativo con los resultados obtenidos de los métodos simplificados de cálculo y verificarlos.
3. Modelización numérica de los ensayos de la campaña por el Método de los Elementos Finitos. Documentación sobre los modelos constitutivos de los materiales compuestos GFRP por pultrusión y aprendizaje del uso del software Ramseries para la modelización numérica.
4. Verificación y comprobación de los resultados de cargas últimas de las conexiones mecánicas obtenidos mediante los resultados experimentales y el modelo numérico.

3. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

3.1 Materiales compuestos

Se entiende por material compuesto aquel formado a partir de la unión no química entre dos o más materiales. En general este término se reserva para aquéllos materiales fabricados expresamente para mejorar los valores de las propiedades que los constituyentes presentan por separado [1].

El término material compuesto está referido principalmente a aquellos materiales formados por una matriz orgánica (polímero) y un refuerzo en forma de fibras, que pueden ser de vidrio, carbono o aramida. Los materiales compuestos que se constituyen así son los denominados como FRP (*Fiber Reinforced Polymer*).

3.1.1 Componentes de los materiales compuestos

Los materiales compuestos están constituidos por dos componentes principales: un material aglutinante denominado matriz, que en el caso de materiales FRP es polimérica, y un material de refuerzo formado por fibras, que se encuentran adheridas a la matriz.

Las combinaciones de diferentes tipos de matrices y fibras son múltiples, dando una gran variedad de materiales con propiedades mecánicas específicas dependiendo de las necesidades estructurales.

En los siguientes apartados describen de una forma detallada las características de estos materiales, especificando sus partes y enfocando el estudio hacia los materiales FRP que son los de mayor aplicación en las obras de ingeniería civil dados sus buenas propiedades estructurales.

3.1.1.1 Fibras

La fibra es el componente de refuerzo del material compuesto. Aporta resistencia mecánica, rigidez y dureza y va a ser determinante para obtener las principales propiedades mecánicas del material [1]. Es decir, son las encargadas de proporcionar las propiedades estructurales al conjunto.

La resistencia y rigidez de estas fibras son de órdenes de magnitud mayores que aquéllas que nos proporciona la resina, sin embargo, a causa de su geometría no pueden ser usadas aisladamente como elemento estructural sino que necesitan de la matriz para dotar al conjunto de las más altas propiedades mecánicas.

Las principales fibras que se emplean en materiales poliméricos son la fibra de vidrio, de carbono y aramida. A continuación se describen las características más importantes de cada una de ellas, dando más importancia a la fibra de vidrio que es el tipo de fibra que se emplea en este trabajo.

3.1.1.1.1 Fibra de vidrio

La fibra de vidrio es el material de refuerzo de mayor aplicación en el sector de la construcción, debido principalmente a su gran disponibilidad, sus buenas características mecánicas y su bajo coste [1].

Las fibras de vidrio se usan para multitud de productos en ingeniería estructural, desde barras de refuerzo para hormigón a perfiles estructurales en sí. Éstas están constituidas por sílice, cal, alúmina y magnesita, que en esencia corresponden a las mismas materias primas que componen el vidrio en su forma más pura. En general, este tipo de fibras presenta un diámetro comprendido entre 8 y 15 μ m.

Existen diferentes grados de fibra de vidrio y dependiendo de las condiciones que requiere la obra se utilizan unos u otros. Estos son [1]:

- **E-Glass** (*electrical glass*): es un vidrio borosilicato. Tiene una gran resistencia eléctrica y por ello es utilizado en la gran mayoría de los productos FRP.
- **A-Glass** (*window glass*): solamente usado para elementos específicos en estructuras.
- **C-Glass** (*corrosion resistant*): también se le denomina vidrio alcalino-resistente, es decir, tiene una elevada resistencia química
- **S-Glass** (*structural or high-strength glass*): usado mayormente para producir fibras con una alta resistencia usadas ampliamente en el mundo de la ingeniería aeronáutica y militar.

Son varios los procedimientos de producción de fibras de vidrio, pero en general, todos se basan en un estiramiento a alta temperatura, por tracción mecánica o por acción de fluidos en movimiento, de una veta o vena de vidrio fundido y una inmediata solidificación [1].

Tipo	<i>A-Glass</i>	<i>E-Glass</i>	<i>S-Glass</i>	<i>C-Glass</i>
Diámetro de hilo [μm]	5 a 13	10 a 20	10	10
Densidad [Kg/m^3]	2500	2580	2480	2590
Módulo de Elasticidad [Gpa]	69	72,5	86	85
Resistencia a tracción [Gpa]	3,1	3,4	4,58	3,4 a 4,4
Módulo Específico	28	28	34	32,82

Tabla 3-1. Propiedades principales de los diferentes tipos de fibras de vidrio.

Las fibras de vidrio pueden tener diferentes presentaciones en su uso como material de refuerzo de matrices orgánicas. Se describen brevemente las tres presentaciones más usadas:

- **Mat:** Filtros de hilos cortados o continuos aglomerados mediante un ligante químico (emulsión o polvo).
- **Roving:** Bobinas de filamentos (Directo) o hilos de vidrio (Ensamblado) que han recibido un ensimaje plástico compatible con las resinas.
- **Tejido:** superficies constituidas por mechas de roving directo en trama y urdimbre, tratados principalmente con ensimaje plástico.



Figura 3-1. Fibra en roving(a) y mat de hilos cortados (b). Extraído de [2].

3.1.1.1.2 Fibra de carbono

Las fibras de carbono son sólidos que presentan una morfología fibrosa en forma de filamentos con un contenido mínimo en carbono del 92% en peso. Es un material que presenta elevadas propiedades mecánicas, como es su módulo de deformación y su resistencia a la tracción, siendo de gran interés su uso en estructuras que se encuentran sometidas a cargas repetitivas o de fatiga [1].

A partir de las temperaturas de tratamiento de calentamiento, se han identificado tres tipos diferentes de fibras de carbono:

- Fibra de carbono de alto módulo (**HM**): es la más rígida y requiere una mayor temperatura en el tratamiento.
- Fibra de carbono de alta resistencia (**HR**): es la más fuerte y se carboniza a la temperatura que proporciona la mayor resistencia a tracción.
- Fibra de carbono (**III**) es la más barata; la rigidez es la menor de las tres pero su comportamiento mecánico es bueno.

Tipo	Alta resistencia (HR)	Alto módulo (HM)	(III)
Diámetro de hilo [μm]	8	7	7,5
Densidad [Kg/m^3]	1750	1840	1820
Módulo de Elasticidad [Gpa]	230	390	290
Resistencia a tracción [Gpa]	2,6 a 5	2,5	3,1
Módulo Específico	130	210	160

Tabla 3-2. Propiedades materiales y mecánicas de las fibras de carbono.

3.1.1.1.3 Fibra de aramida

Las fibras de aramida son de origen orgánico y sintético, y representan un grupo relativamente nuevo y potencialmente importante de fibras que proporcionan una alta resistencia y rigidez [1]. Según el procedimiento de fabricación se distinguen dos tipos de fibras de aramida en función de su rigidez:

- Fibras de bajo módulo ($E = 70 \text{ GPa}$).
- Fibras de alto módulo ($E = 130 \text{ GPa}$).

Las fibras de aramida consisten en cadenas moleculares de poliamida aromática llamadas Kevlar. La aramida de Kevlar se utiliza en materiales compuestos que requieren un bajo peso, una alta resistencia, rigidez, resistencia a la fatiga y a la ruptura a tracción. Tiene un buen comportamiento al corte y son muy susceptibles a la humedad.

Los materiales compuestos de fibra de aramida se consideran de altas prestaciones, ya que sus características mecánicas son muy elevadas, especialmente la resistencia al impacto. Sin embargo, tienen como punto débil la resistencia a compresión.

3.1.1.2 Matrices

La matriz es el componente aglutinante que permite a las fibras poder trabajar de forma conjunta, transmitiendo los esfuerzos de una a la otra [3]. Además de esto, se encarga de protegerlas de las condiciones medioambientales, de los esfuerzos de compresión y del desgaste de sus superficies.

El tipo de matriz empleado en el diseño del material, tiene una influencia muy importante en ciertas propiedades mecánicas, como son la resistencia a cortante y a compresión.

Además, tiene gran influencia en el proceso de fabricación de los materiales compuestos, dónde aporta rigidez a las fibras de refuerzo producto del poder aglutinante que alcanza.

La clasificación general de los distintos tipos de matrices empleadas en el diseño y fabricación de los materiales compuestos se muestra en la Tabla 3-3.

Matrices	Tipos	
Inorgánicas	Cemento; yeso	
	Matrices cerámicas	
	Matrices metálicas	
Orgánicas	Termoestables	Epoxi; Poliéster; Vinilester; Fenólica; etc.
	Termoplásticas	(PVC); Polietileno (PE); Poliestireno (PS); etc.

Tabla 3-3. Clasificación de matrices utilizadas en materiales compuestos [1].

En el ámbito de la ingeniería y la construcción, las matrices más empleadas son las denominadas termoestables como se indica en la Tabla 3-3 y que se describen a continuación.

3.1.1.2.1 Resina de poliéster

La resina de poliéster es la más utilizada en el campo de los materiales compuestos, siendo empleada en más del 90% de los laminados comerciales [1].

El poliéster se usa principalmente con fibras de vidrio y permite aplicaciones con temperaturas de hasta 100°C. Esencialmente, está formado por 4 constituyentes: poliéster (resina), monómero (diluyente), catalizador y acelerador. Tanto la resina como el diluyente forman parte del producto final, el catalizador produce la reacción química para la obtención del producto final y el acelerador aumenta la velocidad de fraguado durante el curado. Variando las clases de aceleradores y catalizadores se pueden conseguir diversas resinas de poliéster para diferentes materiales compuestos, lo que permite alcanzar propiedades como alta resistencia al fuego, a los rayos U.V, a la humedad, a altas temperaturas (140°C), etc.

Densidad [g/cm ³]	Módulo Elástico [Gpa]	Resistencia a tracción [Mpa]	Módulo Específico	Resistencia específica
1,2-1,5	2,0-4,5	34,5-103,5	2,2	55,2

Tabla 3-4. Propiedades materiales y mecánicas de las resinas de poliéster.

3.1.1.2.2 Resina viniléster

Son las resinas más recientes y con un coste más elevado que el resto. Este tipo de resinas presentan en disolución con un 30 a 40% de monómero reactivo, y se utilizan de la misma manera que las resinas de poliéster empleando idénticos aceleradores y catalizadores.

Densidad [g/cm ³]	Módulo Elástico [Gpa]	Resistencia a tracción [Mpa]	Módulo Específico	Resistencia específica
1,17-1,25	2,5	50	2,08	41,7

Tabla 3-5. Propiedades materiales y mecánicas de las resinas viniléster.

La principal característica a destacar de estas resinas es su elevada resistencia a la corrosión, siendo especialmente indicadas para el uso de materiales en zonas con ambiente agresivo.

3.1.1.2.3 Resina fenólica

Esta resina fue una de las primeras empleadas para la producción de materiales compuestos. Al emplearlas con refuerzos de fibra de vidrio o carbono, las propiedades resultantes son menores que con el uso de resinas epoxi, pero su comportamiento al fuego y su comportamiento frente a emisiones tóxicas es superior a las otras resinas.

El empleo de este tipo de resinas es muy adecuado en la construcción debido a que puede llegar a soportar unas temperaturas muy altas y gracias también a su alta resistencia al impacto y abrasión.

3.1.1.2.4 Resina epoxi

Las resinas epoxi se asocian normalmente a las fibras de carbono, en aplicaciones con elevados requisitos de resistencia y rigidez. Debido a su elevada viscosidad, y a un curado más lento, sufren una retracción más reducida que las resinas de poliéster, lo que justifica sus excelentes propiedades adhesivas y como consecuencia unos porcentajes muy altos de refuerzo.

Estas resinas son las que tienen un mayor precio en relación al resto de las analizadas, sin embargo aportan ventajas especiales como son una mejor resistencia a la humedad, muy buenas propiedades a la rotura y que soportan temperaturas de hasta 180°C.

Densidad [g/cm ³]	Módulo Elástico [Gpa]	Resistencia a tracción [Mpa]	Módulo Específico	Resistencia específica
1,1-1,4	4,6	58,6	5,5	74

Tabla 3-6. Propiedades materiales y mecánicas de las resinas epoxi.

3.1.2 Ventajas y desventajas del uso de materiales compuestos

Los materiales compuestos reforzados con fibras (FRP) han comenzado a utilizarse como materiales de construcción debido a que poseen ciertas propiedades que hacen que su uso pueda resultar potencialmente ventajoso frente a materiales tradicionales como el hormigón o el acero [4]. Entre estas propiedades ventajosas se destacan:

Ligereza: Una de las grandes ventajas del FRP es su ligereza en comparación con los materiales metálicos, incluyendo el aluminio, y por supuesto del hormigón. Estos valores se pueden observar en la Tabla 3-7.

Densidades materiales constructivos		
FRP	Acero	Hormigón armado
1450-1800 kg/m ³	7850 kg/m ³	2400 kg/m ³

Tabla 3-7. Densidades de los principales materiales constructivos

El hecho que las densidades sean bajas se traduce en facilidad de transporte y de puesta en obra del material. Estos dos aspectos hacen reducir los plazos y costes de ejecución de la obra. Es destacable también la disminución de cargas muertas en el caso del uso de éstos en puentes o pasarelas.

Características mecánicas: A pesar de que el acero o el hormigón presentan una mayor resistencia mecánica y una mayor rigidez que este tipo de materiales, éstos tienen una resistencia y rigidez específicas superiores debido a su baja densidad.

Resistencia a la corrosión y al ataque de agentes ambientales: es una ventaja importante en aplicaciones costeras, marinas y en general en todos aquellos ambientes que sean agresivos, siendo el mantenimiento prácticamente nulo y aumentando así su durabilidad.

Aislamiento electromagnético, acústico y conductividad térmica: El FRP tiene un excelente comportamiento como elemento aislante y una baja conductividad térmica que le permite conservar la temperatura mejor que los denominados termoplásticos. Una de las ventajas asociadas a esta propiedad es que disminuye el consumo energético en los sistemas de refrigeración y calefacción. También no produce interferencias con campos electro-magnéticos.

Multitud formas y diseños: Versatilidad para ser producido en todo tipo de geometrías dependiendo de la necesidad estructural.

Fatiga: Los materiales compuestos tienen una resistencia a la fatiga muy buena y por eso son aptos para las aplicaciones con ciclos repetitivos como la aviación, los puentes y las aplicaciones marinas. Las fibras de vidrio tienen peores características de fatiga que las de carbono y aramida.

Compatibilidad con otros materiales: tiene compatibilidad en coeficiente de expansión o contracción térmica con otros materiales estructurales comunes. Sin embargo, la diferencia de los coeficientes de dilatación térmica entre el acero y el FRP, y entre el hormigón y el FRP, limita el campo de aplicación de los revestimientos a temperaturas menores a los 80° C - 100 ° C, siendo necesario un estudio especial del caso, para temperaturas superiores a los 60° C.

Sin embargo, presenta también ciertas desventajas:

Falta de conocimiento y experiencia: a pesar que este tipo de materiales reforzados con fibras se empezaron a utilizar para diseño estructural a principios de los años 40, a día de hoy, solamente existe una guía de diseño publicada en Italia en julio de 2007 sobre los FRP pultrusionados. Existen sin embargo, aunque no tienen carácter de normativa, dos importantes guías de diseño al respecto, el *Eurocomp Design Code and Handbook* [5] y el *Structural Plastic*

Design Manual [6]. La falta de conocimiento y experiencia por parte de los técnicos hace que la consolidación de estos materiales en el mundo de la construcción no acabe de llegar.

Elevado precio: su coste es muy superior al del acero si consideramos por unidad de peso, siendo menos desfavorable si se considera por unidad resistente. Los precios de estos materiales están bajando en los últimos años, al incrementarse la producción y desarrollarse métodos de fabricación más eficaces, como la pultrusión. Sin embargo y tal como se ha comentado antes, su durabilidad es elevada y su coste de mantenimiento es muy bajo, reduciendo el coste global de la estructura si se considera su vida útil. En muchas ocasiones como por ejemplo su uso en refuerzos, el material FRP resulta muy competitivo gracias a su reducción de plazos de ejecución, coste de mano de obra, etc.

Temperaturas elevadas: degradación de las propiedades a temperaturas no excesivamente elevadas, provocada por el deterioro de la matriz polimérica, aunque las fibras que se usan son más resistentes a los efectos térmicos. Se considera normalmente temperatura crítica la temperatura de transición vítrea T_g de la matriz, que para resinas de poliéster es de alrededor de 100°C.

3.1.3 Procesos de fabricación

Las propiedades que presentan los materiales compuestos en el producto final dependen directamente de la naturaleza de la resina, del refuerzo elegido para su elaboración y del proceso de fabricación empleado, además de la compatibilidad que existe entre ambos componentes [3].

A continuación se hace una explicación breve de algunos de los distintos procesos de fabricación de materiales compuestos, destacando por encima todos el de pultrusión [1]:

Contacto manual (*Hand Layup*): Consiste en aplicar sucesivamente dentro del molde un agente desmoldeante, una película o capa de gel, una capa de resina termoestable líquida, una capa de refuerzo en la forma deseada, e impregnar el refuerzo con la mano con el auxilio de un rodillo o una brecha. Se repita la operación tantas veces como sea necesario.



Figura 3-2. Proceso de Hand Layup.

Proyección simultánea: Consiste en proyectar simultáneamente en el molde hilos de fibra cortados, normalmente con 30 mm de largo, y la resina necesaria para su impregnación.

Después se necesita arrodillar con la mano para compactar la mezcla resina y fibra en el molde y, si es posible, eliminar las burbujas de aire producidas por el sistema de proyección.

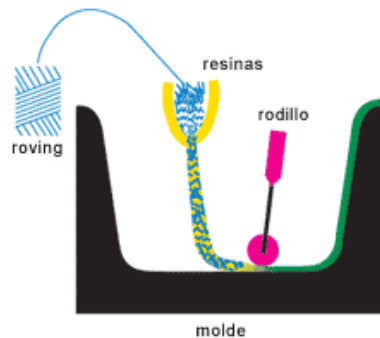


Figura 3-3. Proceso de proyección simultánea.

Inyección (RTM): Consiste en llenar la cavidad del molde, rígido y cerrado, inyectando la resina a través de uno o más puntos dependiendo del tamaño del componente. Los refuerzos son previamente depositados en el interior del molde, antes de cerrarlo y trabarlo firmemente.

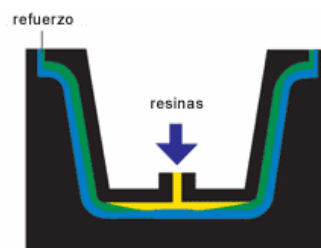


Figura 3-4. Proceso de inyección (RTM).

Proceso de vacío: El moldeado vacío combina técnicas de inyección de resina a baja presión con técnicas de vacío. La particularidad de este proceso consiste en separar las funciones de cierre del molde y el flujo de resina.

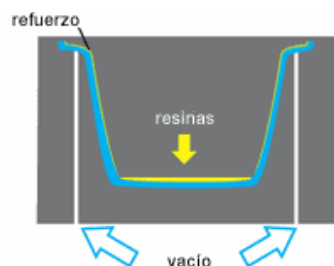


Figura 3-5. Proceso de vacío.

Bobinado de filamentos: Los hilos impregnados son enrollados de forma precisa, y en varias capas, en un mandril rotativo con una máquina automatizada de enrollamiento de hilos. Después, el mandril envuelto con la estructura compuesta es movido para ser polimerizado en un horno. Una vez curado, y con la polimerización de la resina termoestable completa, el mandril es removido.

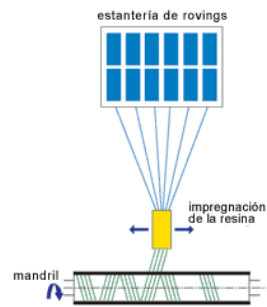


Figura 3-6. Proceso de bobinado de filamentos

Pultrusión: La pultrusión es un proceso de fabricación de estructuras de materiales compuestos automático, continuo y muy versátil, con el que se obtienen perfiles de sección constante con distintas formas. En todos los casos se usa la fibra de refuerzo que va embebida en una resina termoestable, que reacciona químicamente cuando se le aplica calor generando una reacción exotérmica [2].

Es un proceso de fabricación muy competitivo debido a su alta automatización y la gran variedad de formas que se puede obtener. La pultrusión permite la incorporación de muy diversos materiales al proceso desde la fibra más habitual, que es la fibra de vidrio hasta fibras como el carbono o la aramida. Dentro de las resinas las más habituales son las de poliéster y viniléster, aunque las fenólicas y epoxi son también pultrusionables en un grado menor.

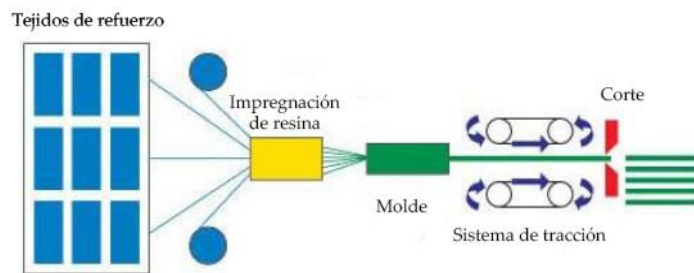


Figura 3-7. Proceso de pultrusión

El proceso se inicia tirando de las fibras de refuerzo, en forma de roving, tejido, mat, etc., que están colocadas en forma de bobinas en unos cantres al comienzo de la línea.



Figura 3-8. Parte inicial con las bobinas y cantres con mats de fibra de refuerzo.

El refuerzo se impregna de resina líquida al pasar a través de un baño o a través de una zona de conformado donde son preformadas con la forma de la sección del molde. Una vez preformadas entran en el molde, que tiene la forma precisa de la sección que se pretende obtener, donde a través de un proceso térmico y de presión se hace polimerizar la resina termoestable a través de una reacción altamente exotérmica, obteniéndose así la forma final de la pieza.

Una vez que el perfil sale del molde se deja enfriar a temperatura ambiente mediante una corriente forzada de aire, mientras es continuamente tirado por un mecanismo que simultáneamente engancha y tira del perfil. El perfil sale del mecanismo de tirado y es cortado automáticamente a la longitud requerida por el cliente mediante una sierra.

3.1.4 Aplicaciones de los materiales compuestos en ingeniería civil

Durante los últimos años ha habido un significativo crecimiento del uso de los materiales compuestos de matriz polimérica reforzados con fibras (FRP) como materiales de construcción en ingeniería estructural. La industria ha estado intentando convencer al campo de la ingeniería civil que es el “material” del futuro y que son una alternativa real a materiales constructivos como acero u hormigón [7].

A día de hoy, la comunidad ingenieril está entrando en un período donde el uso de las estructuras formadas por materiales FRP está siendo ya una rutina implementada. La falta de una normativa generalizada de diseño de estos materiales hace el sector de la ingeniería estructural sea algo reticente a su uso, sin hacer provecho de todas las ventajas que proporciona el uso de estos materiales avanzados. En este capítulo se revisan las diferentes aplicaciones en ingeniería estructural de estos elementos y su evolución con el paso de los años.

3.1.4.1 Refuerzos de FRP para estructuras de nueva construcción

Debido a las buenas propiedades químicas que proporcionan estos materiales, desde los inicios de éstos, ingenieros estructurales han mostrado interés en su uso como refuerzo de estructuras de hormigón. A parte de las propiedades químicas que ofrecen también cabe destacar su ligereza y su alta rigidez. La primera causa de deterioro de cualquier estructura armada como pasarelas, puentes, etc. es la corrosión del acero. Bajo condiciones ambientales agresivas, aunque el acero esté protegido por el hormigón, éste sufre oxidación. [7]

La propiedad de estos materiales que da sentido a esta aplicación es su alta resistencia a la corrosión. Por ello los materiales FRP se usan puntualmente para sustituir al acero tanto en barras de refuerzo de hormigón armado como de tendones en pretensado y postensado.

Ventajas del refuerzo FRP	Desventajas del refuerzo FRP
Alto Tensión de rotura longitudinal (Varía en función de la dirección de las fibras)	No plastificación
Resistente a la corrosión (No depende de la protección de hormigón)	Baja tensión de rotura transversal (Varía en función de la dirección de las fibras)
No magnético	Bajo módulo de elasticidad (CFRP tiene el 75% del acero y GFRP el 25%)
Gran duración frente a fatiga (varia con el tipo de fibra usada)	Susceptibilidad de daño de la resina y las fibras bajo exposición de rayos ultravioletas
Peso ligero (aproximadamente de 1/4 a 1/5 de la densidad del acero)	Baja durabilidad de fibras de vidrio en ambientes húmedos o alcalinos
Baja conductividad térmica y eléctrica (para fibra de vidrio y aramida)	Alto coeficiente de expansión térmica perpendicular a las fibras, relativo al hormigón
	Susceptibilidad alta al fuego dependiendo del tipo de matriz

Tabla 3-8. Ventajas y desventajas del uso de barras de refuerzo de FRP [7].

La mayor desventaja es que cuando estos materiales están expuestos a cargas de tracción no muestran ningún comportamiento plástico antes de la rotura y por lo tanto no existe previo aviso de fallo. La Tabla 3-8 compara las ventajas y desventajas del uso de barras FRP de refuerzo.

3.1.4.2 Fortalecer y adecuar estructuras existentes (*Retrofitting*)

El hecho de fortalecer y reparar estructuras con materiales FRP como puentes, columnas u otras grandes obras es una de las principales aplicaciones de estos. Estas son llamadas “*retrofitting applications*”, pues son usadas en estructuras existentes que por alguna razón han disminuido su capacidad de carga o simplemente no llegan a resistir las cargas a las que están sometidas. Estas aplicaciones pueden ser clasificadas en dos tipos [7]:

- 1) **Refuerzo:** ocurre cuando la ductilidad o resistencia de carga originales de la estructura (normalmente la capacidad de deflexión) son puestas a prueba por un incremento de los esfuerzos con valores mayores para los que fue diseñada la estructura. Llegados a este punto se deben modificar ciertos parámetros de la estructura en uso para mejorar su capacidad de carga (flexión, cortante) y ductilidad.
- 2) **Reparación:** Es necesaria la reparación de la estructura cuándo ésta ha sido deteriorada debido a condiciones ambientales adversas o que simplemente no fue diseñada acorde con el código de diseño.

Esta aplicación de materiales FRP de fortalecimiento de estructuras ha sido efectuado en todo tipo de estructuras como de hormigón estructural, mampostería, madera e incluso estructuras metálicas.



Figura 3-9. La figura (a) muestra el revestimiento de un túnel y en la figura (b) un refuerzo de una columna mediante un tejido de material compuesto externamente adherido.

3.1.4.3 Refuerzo de estructuras bajo cargas sísmicas

Pueden ser usados como refuerzo para estructuras en zonas con peligro sísmico en forma de zunchado exterior no envolvente. Los materiales convencionales usados para refuerzos sísmicos en columnas suelen ser el acero en forma de láminas o envolturas, cables envolviendo helicoidalmente la estructura o simplemente refuerzos exteriores de las secciones de hormigón [7] [9]. Sin embargo, el uso de estos métodos no es el más adecuado debido principalmente a dos razones:

- 1) Estos refuerzos introducen rigidez adicional a la estructura debido a su naturaleza isotrópica. Esto implica que la acción sísmica transfiere una fuerza mayor a los elementos adyacentes.
- 2) En algunos casos puede ocurrir que en el momento que se disponen estos refuerzos se interrumpe el tráfico.

El uso de refuerzos con materiales FRP tiene dos ventajas en comparación con los métodos comentados: por un lado, éstos simplemente aportan *hoop stress* (tensión que actúa en circunferencia), es decir, no aportan rigidez adicional que sería perjudicial en el caso de acción sísmica, y por el otro, su disposición en obra es más rápida y su interrupción del tráfico es poca o, a veces nula.

3.1.4.4 Perfiles de FRP para nuevas estructuras

Un método efectivo de producción de materiales compuestos reforzados con fibras es la pultrusión, primeramente desarrollada a mediados de los años '50 en los Estados Unidos. Se empezaron con perfiles pequeños, aunque siempre se había tenido la visión de usarlos en un futuro como sustitutivos de las vigas y columnas para grandes construcciones como puentes, etc. [7]

Las primeras estructuras relativamente grandes donde se usaron estos materiales de pultrusión fueron en edificios de una sola planta donde se aprovechaba la propiedad del material de resistencia al magnetismo para realizar experimentos en la industria electromagnética. Más tarde este tipo de perfiles se usaron para la construcción de torres de refrigeración., etc.

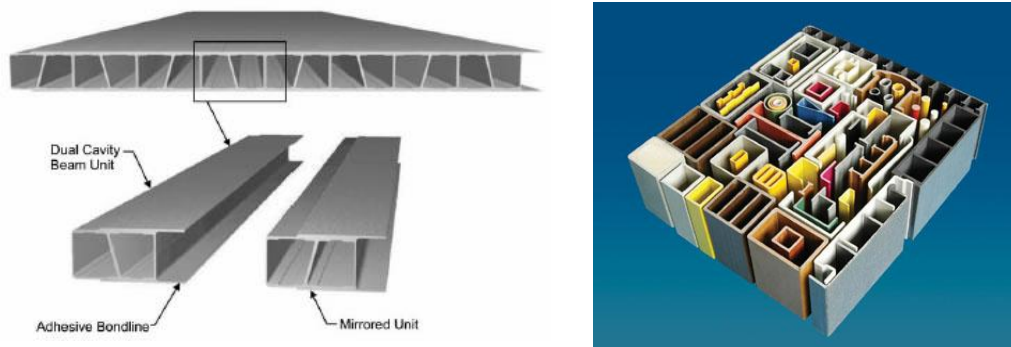


Figura 3-10. Diferentes perfiles de material FRP pultrusionado.

A día de hoy, se entiende que el mayor problema de uso de estos perfiles es la conexión entre ellos. Diferentes estudios han elaborado experimentos y guías de diseño, pero muchos de ellos aconsejan usar los mismos criterios que en las conexiones de perfiles de acero, que no son precisamente las más adecuadas para este tipo de materiales.

3.1.4.4.1 Tableros para puentes y superestructuras

El tablero de un puente es una de las partes de éste más afectadas por las cargas y la que se deteriora más rápidamente. Por ello los tableros compuestos por materiales FRP pultrusionados han sido introducidos en este campo como una nueva solución a estos problemas. Éstos ofrecen una fácil instalación, peso mucho más ligero que los de hormigón y una resistencia muy alta contra ambientes agresivos. Como se puede observar en la Figura 3-11 es relativamente rápido colocar estos tableros, necesitando solamente (depende obviamente de la dimensión del tablero) un periodo de pocas horas. [9].



Figura 3-11. Figura (a) muestra la colocación del tablero por parte de los trabajadores y en la figura (b) el puente con la actuación completa.

Por ello, en los años '90 se hizo un esfuerzo en la industria de la construcción para llevar a cabo tableros de materiales compuestos que pudieran ser usados junto con vigas tanto de hormigón como de acero.

El problema de la instalación de estos tableros es la conexión tanto mecánica como adhesiva entre ellos. Es aún, una de las grandes cuestiones a resolver de la ingeniería estructural y que sigue estudiándose en la actualidad. A parte del problema de las conexiones existe también el problema del precio de estos tableros, que es relativamente elevado en comparación con el de tableros de hormigón.

3.2 Modelo constitutivo de comportamiento de materiales compuestos laminados

El cálculo de cualquier estructura requiere tener en cuenta las características de los materiales que las componen y sus propiedades mecánicas. Los materiales compuestos laminados tienen como peculiaridad que están constituidos por un conjunto de láminas apiladas entre sí.

Cada una de estas láminas aporta al conjunto unas propiedades mecánicas diferentes a las otras en función de distintos factores como el tipo de resina, fibra, orientación de las fibras, etc. El cómo afectan las láminas al conjunto y el comportamiento de este para su cálculo como elemento estructural es el objetivo del presente apartado.

3.2.1 Teoría de la Elasticidad Lineal

El término elasticidad designa la propiedad mecánica de ciertos materiales a sufrir deformaciones reversibles cuando se encuentran sujetas a la acción de fuerzas exteriores y de recuperar la forma original si éstas se eliminan.

Un caso particular de sólido elástico es cuando las tensiones y las deformaciones están relacionadas linealmente como indica la ecuación 3.1 (Ley de *Hooke*):

$$\sigma_{ij} = \sum_{kl} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad [3.1]$$

donde σ_{ij} es el tensor de tensiones, C_{ijkl} es la matriz de rigidez (constante del material) y ε_{kl} el tensor de deformaciones. Se define, entonces:

Tensor de tensiones: tensor que fijada una base vectorial ortogonal viene representado por una matriz simétrica 3x3.

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad [3.2]$$

donde $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ son las tensiones en los ejes (x,y,z) respectivamente y $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$ son las componentes tangenciales relacionadas con la distorsión angular.

Tensor de deformación: tensor que indica las deformaciones infinitesimales en las 3 direcciones. La ecuación 3.3 define el tensor:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad [3.3]$$

donde $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ son las deformaciones (dilataciones) en los ejes (x,y,z) respectivamente y $\gamma_{xy}, \gamma_{yx}, \gamma_{xz}, \gamma_{zx}, \gamma_{yz}, \gamma_{zy}$ son las distorsiones angulares originadas por las tensiones tangenciales.

3.2.2 Macromecánica de una lámina

Las fibras del refuerzo de una lámina se definen en una dirección en particular, dependiendo de las propiedades mecánicas que se quieran obtener y que más interesen estructuralmente. La orientación de éstas es un factor importante para definir de forma correcta las propiedades de los laminados ortotrópicos y como se verá en el Apartado 3.2.3 para determinar las propiedades del material laminado final.

La orientación de las fibras de refuerzo define las direcciones principales del material que conforma la lámina, tal y como se observa en la Figura 3-12.

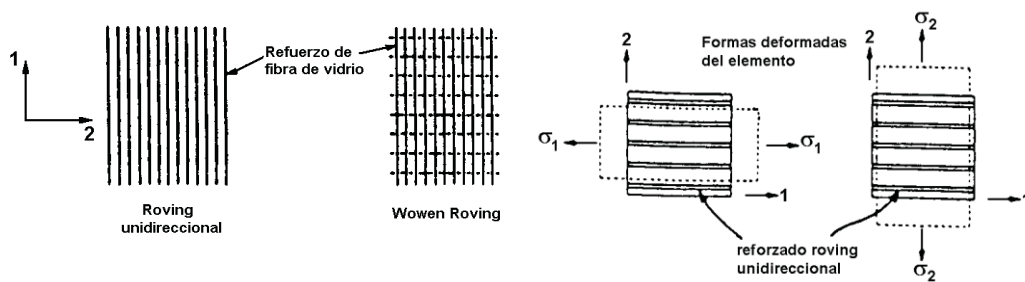


Figura 3-12. Definición de las direcciones del material en función de la orientación de las fibras de refuerzo.

El subíndice 1 indica la dirección principal del material, que coincide con la dirección de las fibras de refuerzo y por lo tanto con la dirección de la lámina con un valor mayor de módulo de elasticidad (E_1), entre otras propiedades. El subíndice 2 corresponde a la dirección perpendicular a la principal y su módulo de elasticidad se define como E_2 .

El efecto de las direcciones principales y del esfuerzo cortante en este tipo de láminas ortotrópicas se define a partir de la ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.3 con la ecuación constitutiva que relaciona las tensiones y las deformaciones en el caso de tensión plana ($\sigma_z = 0$):

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = (Q) \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad [3.4]$$

siendo E_1 el módulo de deformación longitudinal en la dirección de las fibras, E_2 el módulo en la dirección perpendicular a las fibras, ν_{12} y ν_{21} los coeficientes de Poisson en las dos direcciones y G_{12} el módulo de cortante según las direcciones 1-2. Una lámina de material ortotrópico está completamente definida por estas cuatro constantes elásticas independientes.

Se supone el caso que los esfuerzos a los que está sometida la lámina no pertenezcan a las direcciones principales y se desean saber las tensiones generadas en éstas nuevas direcciones. Se supone un laminado sometido a una carga por unidad de longitud en el borde de componentes N_x , N_y y N_{xy} que produce unas tensiones en el material de σ_x , σ_y y τ_{xy} .

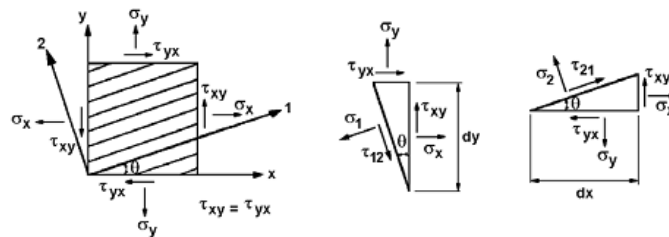


Figura 3-13. Relación entre los dos sistemas de referencia.

Para determinar las deformaciones que provocan estas cargas es necesario conocer las constantes elásticas en el mismo sistema de referencia ($E_x, E_y, \nu_{xy}, G_{xy}$) y la relación entre los dos, determinada por la ecuación 3.5 de cambio de coordenadas.

$$(T) = \begin{pmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & -2 \sin(\theta) \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \cos(\theta) & \sin(\theta) \cos(\theta) & \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \end{pmatrix} \quad [3.5]$$

Relacionando las ecuaciones 3.4 para ambos ejes con la ecuación 3.5 se obtiene la ecuación constitutiva que relaciona las deformaciones y tensiones en el sistema de ejes x-y.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = (T)^{-1}(Q) \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = (T)^{-1}(Q)(T) \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = (\bar{Q})[\varepsilon] \quad [3.6]$$

con los valores de Q_{ij} referentes a la matriz (Q) definida en la ecuación 3.4 . Todas estas constantes son función de las 4 constantes elásticas unidireccionales.

La matriz del material para todo el laminado se puede obtener sumando las matrices transformadas de cada una de las capas que la componen, asegurando que se suman todas ellas en el mismo sistema de ejes de coordenadas.

3.2.3 Macromecánica del laminado

Conocido el comportamiento de una lámina, se procede a estudiar la macromecánica del laminado. Se transforma de un material laminar no homogéneo, en el sentido que cada capa puede tener distintas propiedades dependiendo de la dirección, a un material equivalente homogéneo y ortótropo, el cual se podrá estudiar de forma conjunta [10] [11].

Se supone que la placa satisface las hipótesis de la teoría de Reissner-Mindlin:

- 1) Todos los puntos de una normal al plano medio tienen el mismo desplazamiento vertical.
- 2) Las normales permanecen rectas pero no necesariamente ortogonales a la deformada del plano medio.
- 3) $\sigma_z = 0$ (Hipótesis de tensión plana)

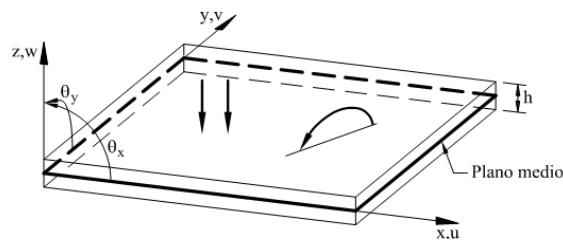


Figura 3-14. Relación de signos de la placa laminada.

La Figura 3-14 muestra el convenio de signos para los desplazamientos y giros en una placa. Con las hipótesis anteriores, el campo de desplazamientos en cada punto del espesor se define a partir de las ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.9.

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z\theta_x(x, y) \quad [3.7]$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z\theta_y(x, y) \quad [3.8]$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad [3.9]$$

Donde u_0, v_0 y w_0 son los desplazamientos cartesianos del punto de la normal sobre el plano medio de la placa y θ_x y θ_y los giros de la normal contenidos en los planos x-z y y-z respectivamente. Observamos que la deformación transversal es la misma para cada punto a lo largo del espesor de la plancha.

Las deformaciones unitarias en cada punto de la placa son función de los desplazamientos y se pueden expresar en función de los valores de u, v y w anteriores a partir de las ecuaciones que se muestran a continuación:

$$\varepsilon_x(x, y, z) = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \quad [3.10]$$

$$\varepsilon_y(x, y, z) = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \quad [3.11]$$

$$\gamma_{xy}(x, y, z) = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - z \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \right) \quad [3.12]$$

$$\gamma_{yz}(x, y, z) = -\theta_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad [3.13]$$

$$\gamma_{xz}(x, y, z) = -\theta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad [3.14]$$

Como se observa en las ecuaciones 3.13 y 3.14, las deformaciones unitarias interlaminares por cortante γ_{yz} y γ_{xz} son independientes de la coordenada “z”, es decir, son constantes a través del espesor, debido a la primera hipótesis de no ortogonalidad. Las ecuaciones 3.10, 3.11 y 3.12 dependientes de la coordenada z pueden expresarse matricialmente como:

$$\varepsilon = \varepsilon_m + z \varepsilon_f \quad [3.15]$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad [3.16]$$

donde $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0$ y γ_{xy}^0 son las deformaciones unitarias de la superficie media de la placa o también llamadas de membrana, y κ_x, κ_y y κ_{xy} las curvaturas de flexión. Es decir, las deformaciones de cualquier punto de la placa son conocidas una vez determinadas la deformación y curvatura de la superficie media de la placa, y por lo tanto, también las tensiones. Solamente es necesario identificar la lámina dónde se encuentra el punto en cuestión y a partir de la ecuación 3.17 obtenerlas.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{pmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad [3.17]$$

Para realizar el análisis completo del laminado y obtener dichas deformaciones, es necesario conocer la relación entre las deformaciones y los esfuerzos exteriores aplicados en la placa [10]. Esta relación se determina a partir de las ecuaciones 3.18, 3.19 y 3.20.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = [N] \quad [3.18]$$

$$\begin{bmatrix} V_y \\ V_x \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} dz = [V] \quad [3.19]$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = [M] \quad [3.20]$$

donde N_x, N_y y N_{xy} son las fuerzas axiales y cortante en el plano por unidad de longitud a lo largo del borde de la placa, V_y y V_x son las fuerzas cortantes por unidad de longitud y M_x, M_y y M_{xy} son los momentos por unidad de longitud tal y como se observa en la Figura 3-15.

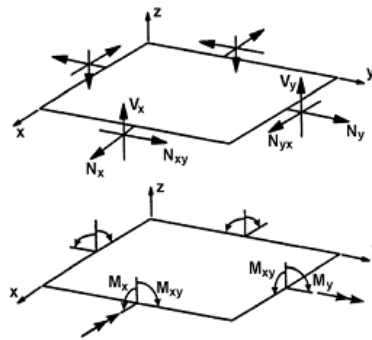


Figura 3-15. Cargas exteriores a la placa y convenio de signos.

El cálculo referente a las ecuaciones 3.18, 3.19 y 3.20 se realiza de forma discontinua a lo ancho de N capas que conforman la placa, ya que las tensiones en cada capa son lineales, pero no son continuas de una capa a otra.

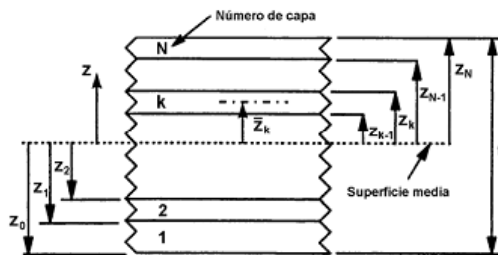


Figura 3-16. Configuración geométrica de una placa en función de las láminas.

donde z_k es la coordenada de la superficie exterior de la capa k-ésima. Entonces, sustituyendo las tensiones por su relación con las deformaciones, se obtiene la forma matricial extensa y compacta siguiente:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ V \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & H \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ \varepsilon_f \\ \varepsilon_c \end{bmatrix} \quad [3.21]$$

Siendo [A] la matriz extensional $\in M(3 \times 3)$ simétrica, [B] la matriz de acoplamiento $\in M(3 \times 3)$ simétrica, [D] la matriz de flexión $\in M(3 \times 3)$ simétrica y [H] la matriz de rigidez a cortante $\in M(2 \times 2)$ simétrica. Los coeficientes de estas matrices se obtienen realizando las integraciones de la siguiente forma según el tipo de esfuerzo:

1) Fuerzas axiales y cortante

$$[N] = [A \quad B] \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ \varepsilon_f \end{bmatrix} \quad [3.22]$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k t_k; \quad i, j = 1, 2, 3. \quad [3.23]$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k t_k \bar{z}_k; \quad i, j = 1, 2, 3. \quad [3.24]$$

2) Momentos

$$[M] = [B \quad D] \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ \varepsilon_f \end{bmatrix} \quad [3.24]$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \left(t_k \bar{z}_k^2 + \frac{t_k^3}{12} \right); \quad i, j = 1, 2, 3. \quad [3.25]$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k t_k \bar{z}_k; \quad i, j = 1, 2, 3. \quad [3.26]$$

3) Fuerzas cortantes

$$[V] = (H)[\varepsilon_c] = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{12} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad [3.27]$$

$$H_{ij} = \frac{5}{4} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij}^*)_k \left[t_k - \frac{4}{t^2} \left(t_k \bar{z}_k^2 + \frac{t_k^3}{12} \right) \right]; \quad i, j = 1, 2. \quad [3.28]$$

donde \bar{z}_k es la coordenada de la superficie media de la lámina k. Una vez obtenidos estos coeficientes se invierte la matriz correspondiente a la ecuación 3.21 y se obtiene el vector de deformaciones.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ \varepsilon_f \\ \varepsilon_c \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & H \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N \\ M \\ V \end{bmatrix} \quad [3.29]$$

El cálculo de las deformaciones y tensiones en cualquier punto de la placa es solamente un cálculo matricial a partir de las relaciones anteriormente descritas. Una vez obtenidos los valores de las tensiones en los puntos de la placa, el procedimiento a seguir es la comprobación estructural mediante criterios de rotura específicos.

3.2.4 Modos de fallo de materiales FRP laminados: LaRC04 Criteria

El LaRC04 es un criterio de rotura en tres dimensiones para FRP laminados [12]. El criterio está basado en modelos físicos para cada modo de fallo y toma en consideración la no-linealidad de las tensiones tangenciales de este tipo de materiales. El criterio consta de 6 expresiones: 3 para la matriz y 3 para el refuerzo, que pueden ser usadas directamente para el diseño de estos materiales.

Los principales modos de rotura de materiales laminados son:

Delaminación: Este tipo de materiales compuestos por láminas tienden a delaminarse, es decir, a que las capas se “despegan” y entonces disminuye la rigidez a flexión del material, aunque a simple vista no se divise ninguna rotura. A día de hoy el estudio de este tipo de fallo está generalizado e implementado en códigos por Elementos Finitos (MEF).

Fallo de la matriz por compresión: se trata básicamente de rotura de la matriz por esfuerzo cortante. Es más, el fallo ocurre en la misma dirección que la carga, siendo evidente de la naturaleza cortante del fallo.

Fallo de la fibra por compresión: este modo de fallo es ampliamente afectado por el comportamiento de la resina a cortante y las imperfecciones iniciales como pueden ser la mala alineación de las fibras y vacíos en la propia matriz. Normalmente, *kinking bands* pueden ser observadas a pequeña escala.

Fallo de la matriz por tracción: la fractura resultante de este modo de fallo suele ser visible en una superficie perpendicular a la dirección de la carga. Algunas fibras son visibles en dicha superficie.

Fallo de la fibra por tracción: Es el peor modo, pues hace perder grandes cantidades de energía y, en estructuras donde la carga no puede ser redistribuida, las consecuencias son catastróficas para el material.

Para la comprobación y diseño de piezas estructurales siguiendo este criterio es necesario que las siguientes propiedades del material sean conocidas: $E_1 = E_0$ y $E_2 = E_{90}$,

módulos elásticos en la dirección de las fibras y la transversal respectivamente, G_{12} módulo de cortante y ν_{12} el coeficiente de Poisson.

También son necesarios los valores de las tensiones máximas de rotura como: $X^T = f_{t,0\varnothing}$ y $X^C = f_{c,0\varnothing}$ tensiones máximas de tracción y compresión respectivamente en la dirección de las fibras, $Y^T = f_{t,\vartheta 0\varnothing}$ y $Y^C = f_{c,\vartheta 0\varnothing}$ tensiones máximas de tracción y compresión respectivamente en la dirección transversal a las fibras.

A continuación se indican los diferentes criterios de fallo:

3.2.4.1 LaRC #1: Fallo de la matriz por tensión

Este criterio de rotura de la matriz por tensión ha sido elaborado a partir de diferentes aspectos que afectan a la propia matriz, no solamente en el momento en el que se forma la fractura, sino también en la propagación de ésta y las tensiones a su alrededor.

La resistencia que aporta la matriz en dirección transversal no es muy elevada tal y como ya se comentó anteriormente. Por ello, en la mayoría de casos, la carga tiene la dirección de las fibras. No obstante, se debe hacer la comprobación que dicta la ecuación 3.30 siempre bajo la condición de ($\sigma_{22} \geq 0$)

$$FJ_M = (1 - g) \frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} + g \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right)^2 + \frac{\lambda_{23}^o \tau_{23}^2 + \chi(\gamma_{12})}{\chi(\gamma_{12|is}^u)} \leq 1 \quad [3.30]$$

donde g es el “toughness” ratio, σ_{22} la tensión del material en la dirección transversal, Y_{is}^T la tensión máxima in-situ a tracción del material, τ_{23} la tensión tangencial de los ejes 2-3 y γ_{12} es el medio desplazamiento relacionado con τ_{12} .

3.2.4.2 LaRC #2 y LaRC #5: Fallo de la matriz por compresión

El modo de fallo por compresión de la matriz ($\sigma_{22} \leq 0$) se basa en la rotura de la matriz por fallo de cortante. La evidencia experimental del fallo de la superficie de rotura hace que este criterio de fallo por compresión de la matriz sea estudiado con el criterio de Mohr-Coulomb (M-C).

Dependiendo del valor de la tensión en la dirección de las fibras, se consideran dos condiciones de rotura:

LaRC #2: Para valores de tensión $\sigma_{11} \geq -Y^C$

$$FJ_M = \left(\frac{\tau^T}{S^T - \eta^T \sigma_n} \right)^2 + \left(\frac{\tau^L}{S_{is}^L - \eta^L \sigma_n} \right)^2 \leq 1 \quad [3.30]$$

LaRC #5: Para valores de tensión $\sigma_{11} < -Y^C$

$$FI_M = \left(\frac{\tau^{Tm}}{S^T - \eta^T \sigma_n^m} \right)^2 + \left(\frac{\tau^{Lm}}{S_{is}^L - \eta^L \sigma_n^m} \right)^2 \leq 1 \quad [3.31]$$

Dónde σ_n , τ^T y τ^L son los valores de las tensiones en la superficie potencial de fractura, S^T la resistencia transversal a cortante del material, S_{is}^L la resistencia a cortante longitudinal in-situ del material y η^T , η^L los parámetros de fricción transversal y longitudinal respectivamente.

3.2.4.3 LaRC04#3: Fallo de la fibra a tracción

El criterio para este modo de fallo es simplemente la comprobación que la tensión que soporta el material ($\sigma_{11} \geq 0$) es inferior a la resistencia del material en la dirección 1:

$$FI_F = \frac{\sigma_{11}}{X^T} \leq 1 \quad [3.32]$$

3.2.4.4 LaRC #4 y LaRC #6: Fallo de la fibra a compresión

El criterio de fallo de la fibra por compresión se basa en dos conceptos que se describen a continuación:

Micropandeo: Este modo de fallo consiste en el micropandeo de las fibras en la matriz elástica. El primer modelo que se elaboró para este modo de fallo, fue considerar las fibras como vigas infinitas en una matriz elástica con rotura en el momento que la carga de compresión se igualaba a la máxima carga de pandeo.

Kinking: es una deformación de la matriz por cortante al largo de una tira. Normalmente las fibras rompen los bordes de éstas y a veces también el interior. Muchos autores consideran el efecto *kinking* como una consecuencia del micropandeo y otros en cambio, como un modo de fallo separado.

El efecto *kinking*, el comportamiento elástico de la matriz y las imperfecciones iniciales del material (desalineación de las fibras) juegan un papel muy importante en este modo de fallo:

LaRC #4: Para valores de tensión $\sigma_{2^m 2^m} < 0$ el criterio a seguir es el siguiente:

$$FI_F = \left(\frac{\tau_{1^m 2^m}}{S_{is}^L - \eta^L \sigma_{2^m 2^m}} \right)^2 \leq 1 \quad [3.33]$$

donde $\sigma_{2^m 2^m}$ y $\tau_{1^m 2^m}$ son las tensiones en la dirección trasnversal y cortante debidas a la desalineación de las fibras (índice m viene de la palabra *misalignment*), S_{is}^L es la resistencia longitudinal a cortante in-situ del material y η^L el parámetro de fricción longitudinal.

Este modo de fallo por *kink-band* viene derivado del fallo por compresión de la matriz, que provoca la formación de estas bandas normales a la dirección de la carga y que hacen romper las fibras.

LaRC #6: Para valores de tensión $\sigma_{2m2m} \geq 0$ el criterio a seguir es el siguiente:

$$F_{I_{M/F}} = (1 - g) \frac{\sigma_{2m2m}}{Y_{is}^T} + g \left(\frac{\sigma_{2m2m}}{Y_{is}^T} \right)^2 + \frac{\Lambda_{23}^o \tau_{2m3}^2 \psi + \chi(\gamma_{1m2m})}{\chi(\gamma_{12|is}^u)} \quad [3.34]$$

En este fallo la matriz no rompe por compresión, sino por tracción. Por ello, es muy difícil asegurar que se produzca *kinking* basándose en la teoría. Se podría concluir diciendo que este criterio es para el fallo por tensión en la matriz bajo compresión en la dirección de las fibras debido a un posible desalineamiento de éstas.

3.2.5 Técnicas de cálculo por el Método de los Elementos Finitos (MEF)

El cálculo de estructuras formadas por materiales compuestos laminados es cada vez más común en el campo de la ingeniería civil. Este cálculo requiere tener en cuenta las características de dichos materiales, tanto en cuanto a sus propiedades mecánicas como a la peculiaridad de su distribución en capas laminares. En este apartado se presenta el cálculo por el método de los elementos finitos de estructuras formadas por materiales compuestos laminados mediante elementos de Reissner-Mindlin [10].

3.2.5.1 Principio de los Trabajos Virtuales (PTV)

La formulación integral necesaria para la resolución del sistema por el MEF se basa en el planteamiento de la ecuación del equilibrio interno, aplicando la teoría de los trabajos virtuales. El PTV se enuncia como sigue: “Una estructura está en equilibrio bajo la acción de un sistema de fuerzas exteriores si al imponer a la misma unos desplazamientos arbitrarios (virtuales) compatibles con las condiciones en los apoyos, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores sobre los desplazamientos virtuales es igual al trabajo que realizan las tensiones en la barra sobre las deformaciones producidas por los desplazamientos virtuales” [10].

El PTV se expresa en función de los esfuerzos y las deformaciones virtuales generalizadas por

$$\iint_A \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} dA = \iint_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{q} dA \quad [3.35]$$

donde, $\delta \mathbf{u} = \{\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0, \delta \theta_x, \delta \theta_y\}^T$ se definen como los desplazamientos virtuales, $\mathbf{q} = \{n_x, n_y, q, m_x, m_y\}^T$ como cargas externas y $\delta \bar{\boldsymbol{\epsilon}}$ el vector de deformaciones virtuales.

3.2.5.2 Discretización en elementos finitos de placa

Se considera una placa discretizada con una malla de elementos finitos cuadriláteros de n nodos como la de la Figura 3-17 [10]:

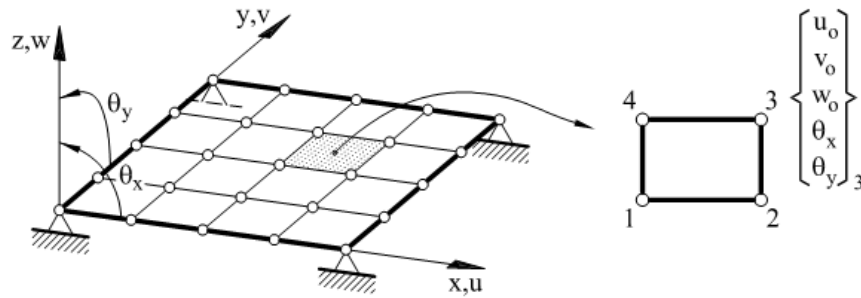


Figura 3-17. Convenio de signos de la placa discretizada.

Dentro de cada elemento se interpolan los movimientos de manera independiente siguiendo la siguiente igualdad:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n N_i \mathbf{a}_i^{(e)} = [N_1, N_2, \dots, N_n] \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_1^{(e)} \\ \mathbf{a}_2^{(e)} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_n^{(e)} \end{Bmatrix} = \mathbf{N} \mathbf{a}^{(e)} \quad [3.36]$$

$$\mathbf{N}_i = N_i \mathbf{I}_5 \quad [3.37]$$

$$\mathbf{a}_i^{(e)} = [u_{0i}, v_{0i}, w_{0i}, \theta_{xi}, \theta_{yi}]^T \quad [3.38]$$

donde $N_i(\xi, \eta)$ es la función de forma de clase C_0 del nodo i del elemento. Todo seguido, haciendo uso de la ecuación anterior, el campo de deformaciones generalizadas se expresa en función de los movimientos mediante la ecuación 3.39.

$$\hat{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_{\nu x} \\ \dots \\ \hat{\varepsilon}_f \\ \dots \\ \hat{\varepsilon}_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \dots \\ -\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \dots \\ -\left(\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}\right) \\ \dots \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} - \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} u_{0i} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} v_{0i} \\ \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} u_{0i} + \frac{\partial N_i}{\partial x} v_{0i}\right) \\ \dots \\ -\frac{\partial N_i}{\partial x} \theta_{x_i} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \theta_{y_i} \\ \dots \\ -\left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \theta_{x_i} + \frac{\partial N_i}{\partial x} \theta_{y_i}\right) \\ \dots \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} w_{0i} - N_i \theta_{x_i} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} w_{0i} - N_i \theta_{y_i} \end{Bmatrix} = [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_n] \begin{Bmatrix} a_1^{(\varepsilon)} \\ a_2^{(\varepsilon)} \\ \dots \\ a_n^{(\varepsilon)} \end{Bmatrix} \quad [3.39]$$

donde B_i son las matrices de deformaciones generalizadas de un nodo i que se expresan como el vector de matrices de la ecuación 3.40.

$$\mathbf{B}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{B}_{m_i} \\ \mathbf{B}_{f_i} \\ \mathbf{B}_{c_i} \end{Bmatrix} \quad [3.40]$$

donde \mathbf{B}_{m_i} , \mathbf{B}_{f_i} y \mathbf{B}_{c_i} son las matrices de deformaciones de membrana, flexión y cortante dadas por las siguientes expresiones en función de las funciones de forma:

$$\mathbf{B}_{m_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [3.41] \quad \mathbf{B}_{f_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad [3.42]$$

$$\mathbf{B}_{c_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & -N_i & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & -N_i \end{bmatrix} \quad [3.43]$$

Sustituyendo la ecuación 3.39 para cada elemento en el PTV se obtiene la ecuación global:

$$Ka = f \quad [3.44]$$

La ecuación 3.44 relaciona las fuerzas nodales equivalentes con los movimientos de todos los nodos de la malla a través de la matriz de rigidez. Dicha matriz y el vector de fuerzas nodales equivalentes se obtienen ensamblando las contribuciones de cada elemento dadas por:

$$\mathbf{K}_{ij}^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} \mathbf{B}_i^T \widehat{\mathbf{D}} \mathbf{B}_j dA \quad [3.45]$$

$$\mathbf{f}_i^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} N_i \mathbf{q} dA \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad [3.46]$$

El cálculo de las integrales del elemento se efectúa por una cuadratura de Gauss-Legendre bidimensional como:

$$\mathbf{K}_{ij}^{(e)} = \sum_{p=1}^{n_p} \sum_{q=1}^{n_q} [\mathbf{B}_i^T \widehat{\mathbf{D}} \mathbf{B}_j |J|]_{p,q} \omega_q \omega_p \quad [3.47]$$

$$\mathbf{f}_i^{(e)} = \sum_{p=1}^{n_p} \sum_{q=1}^{n_q} [N_i \mathbf{q} |J|]_{p,q} \omega_q \omega_p \quad [3.48]$$

donde \mathbf{J} es el Jacobiano de la transformación entre las coordenadas naturales del elemento (ξ, η) y las cartesianas (x, y) ; n_p, n_q son los puntos de integración a lo largo de las direcciones ξ, η , respectivamente y ω_p y ω_q son los pesos asociados a cada punto de integración.

3.3 Material compuesto FRP por pultrusión

El proceso de pultrusión es un método efectivo desde el punto de vista de los costes para la producción de secciones transversales constantes de alta calidad. El método fue desarrollado en la década de los años cincuenta en EE.UU, con fines industriales al inicio y más tarde en el desarrollo de alternativas a los materiales constructivos convencionales.

Como se ha comentado en el apartado 3.1.3, la pultrusión es un proceso automatizado de producción continua que permite la elaboración de perfiles con diferentes secciones transversales. Este proceso permite la fabricación de perfiles de sección transversal abierta en forma de I o U, o cerrada, así como secciones multicelulares. La pultrusión permite convertir directamente fibras de refuerzo y resinas en un material acabado que trabaja solidariamente.

De las distintas ventajas que ofrece el proceso de pultrusión a diferencia de otros procesos de fabricación de materiales compuestos, destacan:

- Producción continua y de bajo coste.
- Alta velocidad de producción.

- Versatilidad de formas.
- Posibilidad de grandes longitudes.
- Buen acabado superficial.
- Selección direccional de propiedades.

Las propiedades mecánicas del material compuesto final, en cualquiera de las direcciones, dependen del porcentaje en fibras, en volumen, orientadas en la misma dirección, así como de las propiedades mecánicas de la fibra y la matriz y de la adherencia entre los dos componentes.

A continuación se presentan las principales características del material usado en los ensayos experimentales y que es la base del trabajo. El material es un GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymer*) fabricado por pultrusión en *Fiberline Composites AS*.

3.3.1 Características del material

Tal y como se ha descrito en el Apartado 3.1.1, los materiales en cuestión se conforman por una matriz polimérica y un refuerzo de fibras. A continuación se especifican las características de los dos componentes del material usado en los ensayos:

Matriz: formada por resina de poliéster no saturada isoftálica (**P2600** *Isophthalic polyester*) [2]. Las características de la resina usada en la producción del material se muestran en la Tabla 3-9.

Propiedades de la resina pura P2600					
Resistencia a flexión [Mpa]	Resistencia a tracción (Mpa)	Módulo de Tracción (Gpa)	Deformación de rotura (%)	Densidad (g/cm ³)	Coefficiente de Poisson
140	70-85	8,5	3,5	1,2-1,5	0,37-0,39

Tabla 3-9. Propiedades de P2600.

Refuerzo: Formado por fibra de vidrio tipo *E-Glass*. Las características de la resina usada como refuerzo en el material se muestran en la Tabla 3-10.

Propiedades de la fibra de vidrio E (<i>E-Glass</i>)				
Densidad (Kg/m ³)	Resistencia a tracción (Gpa)	Módulo de Tracción (Gpa)	Peso específico (KN/m ³)	Deformación de rotura (%)
2580	3,4	86	25	2,5

Tabla 3-10. Propiedades de la fibra de vidrio E-Glass.

El refuerzo está formado por fibra de vidrio tipo *E-Glass roving* y tejidos *mats* que dan rigidez en el sentido transversal de las fibras. Los hilos *roving* y los *mats* están organizados en la proporción de 70% - 30% respectivamente de refuerzo. La orientación de las fibras está determinada por la dirección de la pultrusión.

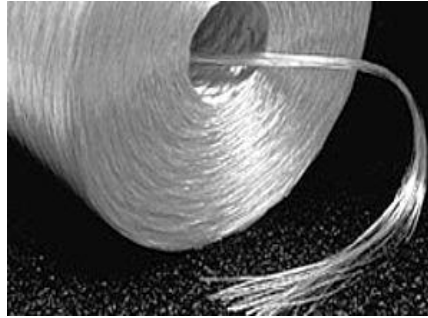


Figura 3-18. Hilos roving en bobina

Las propiedades mecánicas de la dirección transversal a las fibras son proporcionadas en parte por los *mats* y en parte por la resina, aunque esta segunda aporta muy poco estructuralmente. El contenido de refuerzo en el total del material es del 60% en peso [2].

3.3.2 Propiedades mecánicas del material

La siguiente información del material se ha extraído directamente del *Manual Design de Fiberline Composites A/S* [2], empresa suministradora del material usado en los ensayos experimentales. Es necesario antes de todo identificar las diferentes direcciones del material en concepto de cálculo y de sus propiedades mecánicas.

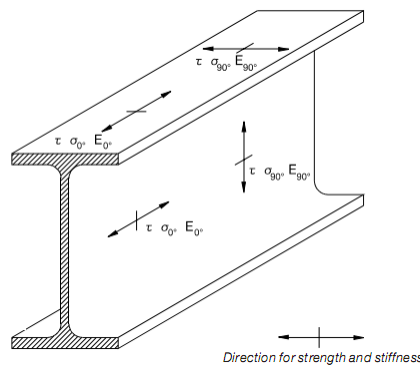


Figura 3-19. Direcciones de pultrusión y transversal en un perfil [5]

En la Figura 3-19 se muestran las dos direcciones estructurales del material: la dirección de la pultrusión, longitudinal o dirección de las fibras (0°) y la dirección transversal (90°). Las únicas propiedades materiales constantes en las dos direcciones son la rigidez y la tensión máxima a cortante. En principio son dependientes de la dirección de estudio, pero las diferencias son tan pequeñas que se toma el menor valor entre las direcciones.

Las propiedades materiales son las que se observan en la Tabla 3-11 y han estado determinadas en los laboratorios *de Fiberline Composites A/S* o en instituciones independientes de ensayos [2].

Resistencias máximas (condiciones secas y a corto plazo) [Mpa]				
Tipo de carga, dirección (0°, 90°)	Valores característicos		Valores de diseño	
Flexión, 0°	$f_{b,0^\circ}$	240	$f_{b,0^\circ,d}$	185
Flexión, 90°	$f_{b,90^\circ}$	100	$f_{b,90^\circ,d}$	75
Tracción, 0°	$f_{t,0^\circ}$	240	$f_{t,0^\circ,d}$	185
Tracción, 90°	$f_{t,90^\circ}$	50	$f_{t,90^\circ,d}$	40
Compresión, 0°	$f_{c,0^\circ}$	240	$f_{c,0^\circ,d}$	185
Compresión, 90°	$f_{c,90^\circ}$	70	$f_{c,90^\circ,d}$	75
Cortante	f_t	25	$f_{t,d}$	20
Capacidad de carga a compresión, 0°	$f_{cB,0^\circ}$	150	-	-
Capacidad de carga a compresión, 90°	$f_{cB,90^\circ}$	70	-	-

Tabla 3-11. Propiedades mecánicas del material.

Si se analizan los valores de las propiedades mecánicas del material en la Tabla 3-11, observamos que en el sentido longitudinal de las fibras el valor de la capacidad de carga del material a compresión es inferior a la resistencia a compresión, sin embargo para el sentido transversal tienen las dos exactamente el mismo valor.

Esto es debido a que en sentido longitudinal, cuando se aplica una carga de compresión, existe una discontinuidad de las fibras que distribuye parte de la compresión hacia otras direcciones, dando un resultado inferior que en un ensayo de compresión simple. En cambio, en el sentido transversal, las fibras son perpendiculares a la dirección de la carga y ayudan a distribuir la carga de compresión en un área más amplia, dando una capacidad de carga relativamente mayor [13].

Esta capacidad de carga de compresión, directamente relacionada con el diseño de conexiones mecánicas, depende de diferentes factores geométricos que deben tenerse en cuenta. Varios experimentos concluyen que la dimensión del agujero es el parámetro que más influye en la capacidad de carga del material, haciendo disminuir la capacidad a más diámetro y aumentándola con diámetros más pequeños [13].

Rigideces (condiciones secas)			
		[Mpa]	[--]
Módulo elasticidad longitudinal	E_{0°	23000/28000	-
Módulo elasticidad transversal	E_{90°	8500	-
Módulo de cortante	G	3000	-
Coefficiente Poisson (xy)	$\nu_{0^\circ,90^\circ}$	-	0,23
Coefficiente Poisson (yx)	$\nu_{90^\circ,0^\circ}$	-	0,09

Tabla 3-12. Valores de rigidez del material

Los módulos de elasticidad pueden variar desde 23 a 28GPa dependiendo de la geometría del material, de las fibras de refuerzo y de los aditivos que se puedan añadir.

3.3.3 Uniones en materiales FRP pultrusionados

En las estructuras de materiales compuestos, normalmente, es necesario realizar uniones entre los distintos componentes, subestructuras o partes fabricadas para crear con estos una estructura rígida

El tipo de unión seleccionado va a depender de un gran número de factores en función de la estructura concreta, requerimientos mecánicos, tipos de materiales a unir, consideraciones económicas, etc. Actualmente existen dos tipos de técnicas de unión que se pueden aplicar a elementos formados por materiales compuestos. Estos son:

- 1) **Uniones mecánicas mediante tornillos:** La unión se realiza mediante remaches, tornillos, bulones, etc. La característica principal de una unión mecánica es la utilización de sistemas discretos auxiliares para mantener unidos los miembros del ensamblaje. Es el tipo de unión más utilizada en el aún reducido sector de la construcción con materiales compuestos
- 2) **Uniones adhesivas:** Los elementos a unir se encolan mediante el uso de adhesivos. Estas uniones, poseen como principales ventajas que no tienen penalización por peso, poseen una buena distribución de esfuerzos a través del adhesivo y se evitan la necesidad de realizar agujeros. Sin embargo, requieren que la superficie se prepare previamente, son uniones permanentes, hay que inspeccionarlas bien, poseen una resistencia mínima a los esfuerzos de pelado, y se ven afectadas por las condiciones ambientales como temperatura y humedad.

3.3.3.1 Uniones mecánicas mediante tornillos

Hay muchas razones por las cuáles este tipo de conexiones son las más adecuadas para su uso en materiales FRP pultrusionados. A continuación se comentan las ventajas más destacadas [7]:

- La puesta en obra de este tipo de conexión es fácil y puede llegar a ser conocida por trabajadores experimentados en acero y hormigón.
- La superficie que interviene no requiere ningún tipo de tratamiento previo.

- Una vez instaladas, éstas adquieren directamente la máxima rigidez y resistencia.
- Si existe algún error en la conexión o es necesaria alguna modificación, no requiere de medidas extraordinarias ni de personal especializado.

Sin embargo, hay algunas desventajas que deben considerarse:

- Los agujeros que se hacen en las conexiones provocan concentraciones de tensiones y reducen la sección neta del material, reduciendo así la eficiencia de la conexión.
- Las partes agujereadas están hechas de un material ortotrópico, donde dependiendo de la dirección, las propiedades del material cambian. Esto crea a veces puntos críticos, normalmente en ángulos.
- El material FRP pultrusionado convencional suele tener una baja resistencia a cortante y a capacidad de carga. Esto puede ser un problema si se usan tornillos de alta rigidez.
- Los agujeros hechos en el material son una vía para la entrada de humedad y otros agentes químicos que pueden degradar el material.

Han sido elaborados numerosos estudios sobre conexiones mecánicas en materiales compuestos en los últimos años, la mayoría de ellos han sido dirigidos en específico a los laminados tradicionales [14] [15] [16]. Sin embargo, son escasos los estudios centrados en las conexiones mecánicas para elementos pultrusionados.

Existen varias recomendaciones tanto sobre geometría como de capacidad y diseño de estas conexiones, pero aún no existe una unanimidad de todas ellas, una normativa que reúna toda la información obtenida a lo largo de todos los años de estudio. Como se ha comentado ya, este es uno de los mayores problemas cuando se quieren usar este tipo de materiales compuestos.

Sin embargo, diferentes fuentes [1] [2] [7] [13] [17] coinciden en el hecho que existen 4 modos principales de fallo del material debido a las conexiones mecánicas mediante tornillos. Estos modos de fallo se identifican como:

- 1) **Bearing failure o aplastamiento**: es un modo de fallo dúctil que consiste en un fallo local y deslaminación del material de pultrusión en la zona de contacto con el tornillo. A medida que la lámina continua desplazándose longitudinalmente en la dirección de la carga, este modo puede producir un desgarre del material entre el agujero inicial y el borde de la lámina.
- 2) **Net-section failure**: fallo del material debido a que la sección ha sido debilitada por los agujeros de las conexiones. Normalmente, es el modo de fallo menos frecuente, pues interviene la resistencia a tracción del material que suele ser elevada en la dirección de la carga y las secciones consideradas son de dimensiones considerables.

- 3) **Shear-out failure o desgarre:** Es el modo donde el material se desgarra en la dirección de la carga aplicada debido al fallo por cortante. Es, junto con el modo de aplastamiento, el más frecuente y el que se debe tener en cuenta en el diseño de las uniones.
- 4) **Cleavage failure:** implica rotura del material en dos direcciones. No es muy frecuente. Se evita fácilmente incrementando la distancia al borde libre.

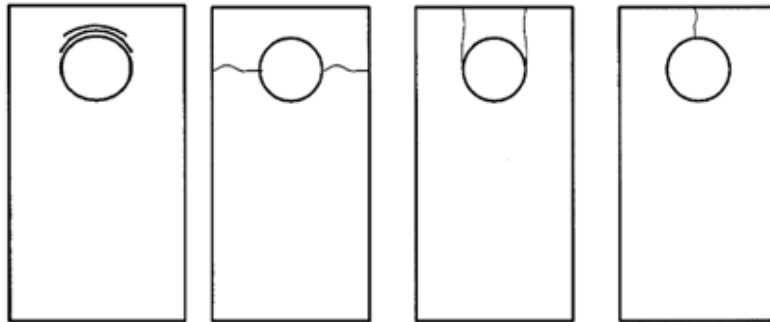


Figura 3-20. Modos de fallo a) Aplastamiento, b) Net-section, c) Desgarre, d) Cleavage.

De todos estos modos, el fallo por aplastamiento es el que menos daña al material, es decir, es el modo de fallo objeto en el diseño de las conexiones. En la mayoría de casos, este modo da una resistencia mayor y una rotura más débil [13]. Los otros modos son considerados como “prematurados” y deben ser evitados con un buen diseño tanto de la geometría de las conexiones como de las propiedades del propio material.

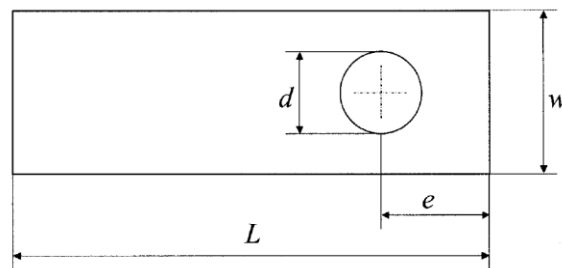


Figura 3-21. Geometría de la conexión

De la Figura 3-21, los parámetros son: d el diámetro del agujero, L la longitud de la lámina, w el ancho, t el espesor y e la distancia del eje del tornillo al final de la lámina.

Debido al complejo estado de tensiones alrededor del agujero de la conexión, ocurren múltiples modos de fallo diferentes al mismo tiempo, de hecho, muchos signos de daño por capacidad de carga son visibles en zonas donde el material ha estado en contacto con el tornillo después del desgarre del material[13]. Sin embargo, para el cálculo simplificado y diseño de estas conexiones no es necesario un análisis de tensiones tan complejo.

En base a las dimensiones de la Figura 3-21, Collings [18] propuso las siguientes definiciones de tensiones últimas para cada uno de los modos de fallo:

$$f_{cB,02} = \frac{P_B}{d \cdot t}; P_B = f_{cB,02} \cdot d \cdot t \quad [3.49]$$

$$f_{t,02} = \frac{P_t}{(w-d)t}; P_t = f_{t,02} \cdot (w-d)t \quad [3.50]$$

$$f_{\tau} = \frac{P_S}{2e \cdot t}; P_S = f_{\tau} \cdot 2e \cdot t \quad [3.51]$$

La ecuación 3.49 corresponde al *bearing failure* o aplastamiento, la 3.50 al *net-section failure* y la 3.51 al modo de fallo por desgarre del material o *shear-out failure*. Siguiendo con estas tres ecuaciones, el modo de fallo del material bajo una carga de tracción viene definido por el menor de los valores de P_B , P_t y P_S . Las tres ecuaciones anteriores sirven para predecir de una forma simple el posible modo de fallo del material bajo una carga de tracción en la dirección de pultrusión (0°). El *cleavage failure* es un modo complejo y con cálculos simplificados no es posible su predicción [13].

Se puede observar en las expresiones 3.49, 3.50 y 3.51 la importancia de la geometría en el diseño de las uniones. Se llega al punto que con unas propiedades del material específicas y dependiendo de las cargas a las que esté sometido el material, es posible “guiar” el diseño hacia el fallo menos perjudicial para el elemento.

3.3.4 Técnicas de cálculo simplificado y diseño

En este apartado se exponen las diferentes bases de cálculo y diseño de los perfiles FRP fabricados mediante el proceso de pultrusión propuestas por [2] y [17].

Hoy en día solamente existe una instrucción de diseño de estructuras constituidas por materiales FRP, publicada en Italia en julio de 2007 llamada *Guide for the Design and Construction of Structures made of FRP Pultruded Elements* [17]. Además, aunque no tienen carácter de normativa, existen dos importantes guías de diseño al respecto, el *Eurocomp Design Code and Handbook* [5] y el *Structural Plastic Design Manual* [6].

Adicional a estos tres documentos, varias empresas productoras de perfiles FRP han desarrollado sus propios manuales de diseño, aunque solamente se mostrarán los pertenecientes a la empresa productora de los perfiles usados en los ensayos: *Design Manual Fiberline Composites A/S* [2].

3.3.4.1 Guía italiana de diseño

Esta guía ha sido elaborada por el National Research Council of Italy (CNR) y fue aprobada por el “Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction” como versión final el 09/10/2008.

Se analizan las partes de la guía que van a ser de utilidad en el análisis comparativo de resultados con los ensayos experimentales, es decir, el material bajo esfuerzo Axil y el diseño de uniones mecánicas. La información presente en este apartado ha sido cuidadosamente extraída de [17].

3.3.4.1.1 Comprobación Esfuerzo Axil

En el caso de estructuras bajo cargas axiles de tracción, el valor de diseño de la carga debe satisfacer la siguiente expresión:

$$N_{t,Sd} \leq N_{t,Rd} \quad [3.52]$$

donde la resistencia de diseño a tracción $N_{t,Rd}$ toma los siguientes valores en función del área transversal:

- Para secciones no perforadas:

$$N_{t,Rd} = A \cdot f_{t,d} \quad [3.53]$$

- Para secciones perforadas

$$N_{t,Rd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} A_{net} \cdot f_{t,d} \quad [3.54]$$

donde $f_{t,d}$ es la resistencia de diseño del material a tracción, A es el área de la sección, γ_{Rd} es el coeficiente parcial del modelo (se toma el valor para secciones perforadas de $\gamma_{Rd} = 1.11$) y A_{net} es la sección neta.

3.3.4.1.2 Comprobación para conexiones mecánicas

Las conexiones mecánicas que se proponen diseñar en la guía están pensadas para el uso de tornillos metálicos y su análisis es puramente elástico. En el caso que se quieran diseñar conexiones usando conectores de FRP, se debe tener especial atención a su deformabilidad.

En la Figura 3-22 se muestran los parámetros geométricos que intervienen en las recomendaciones:

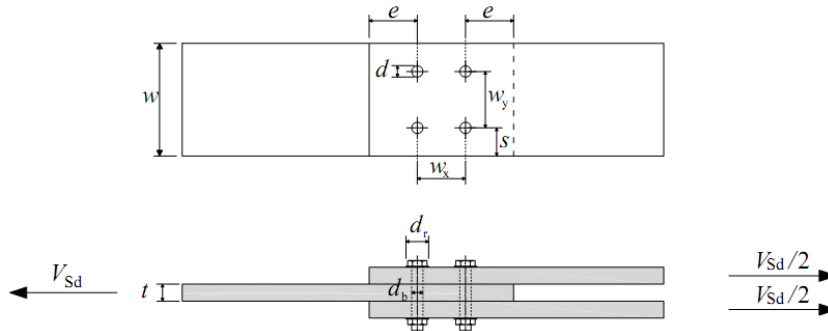


Figura 3-22. Geometría de la conexión.

La Tabla 3-13 muestra la geometría mínima para el diseño de las conexiones basada en los parámetros de la Figura 3-22.

Diámetro recomendado	$t_{min} \leq d_b \leq 1.5t_{min}$
	$d_b \geq t_{min}$
Diámetro agujero	$d \leq d_b + 1mm$
Diámetro cabeza	$d_r \geq 2d_b$
Distancia entre agujeros	$w_x \geq 4d_b$
	$w_y \geq 4d_b$
Distancia desde ejes	$e/d_b \geq 4$
	$s/d_b \geq 1/2 \cdot (w_y/d_b)$

Tabla 3-13. Recomendaciones geométricas

con e la distancia desde el eje de la conexión al punto deseado en la dirección de la carga, d el diámetro del agujero de la conexión, t el espesor de la lámina, w_x y w_y las distancias entre los centros de los conectores en las dos direcciones, d_r el diámetro de la cabeza de la conexión, d_b el diámetro de la rosca de la conexión y w el ancho de la lámina.

Estas limitaciones geométricas tienen como objetivo evitar los modos de fallo por desgarre (*shear-out failure*) y por tensión (*net-tension failure*), y de alguna forma “promover” el fallo por aplastamiento. Dichas limitaciones son:

$$w_y \geq 4d_b \quad [3.55]$$

$$e/d_b \geq 4 \quad [3.56]$$

La ecuación 3.55 limita la distancia entre el agujero y el final de la lámina, aumentando la sección transversal para dificultar el *net-tension failure*. Sin embargo, la ecuación 3.56 limita la distancia del eje del agujero con el final de la lámina en la dirección de la carga para evitar el fallo por desgarro, tal y como describe la ecuación 3.51. Esta estrategia de diseño se había ya comentado en el apartado 3.3.3.1, donde se decía que el modo de fallo menos perjudicial para el material era el aplastamiento.

La guía propone el diseño de las conexiones mecánicas mediante las expresiones de los tres modos de fallo del material.

1) Modo *net-section failure*:

Depende de la direcció de la carga de tracci3n aplicada:

- Carga de tracci3n en la direcció de las fibras. Debe cumplirse:

$$V_{sd} \leq \frac{1}{\gamma_{Rd}} f_{t,0\%}(w - n \cdot d) \cdot t \quad [3.57]$$

- Carga de tracci3n en la direcció ortogonal a las fibras. Debe cumplirse:

$$V_{sd} \leq \frac{1}{\gamma_{Rd}} f_{t,90\%}(w - n \cdot d) \cdot t \quad [3.58]$$

con el valor de $\gamma_{Rd} = 1.11$ para secciones perforadas, V_{sd} la fuerza que transmite la conexi3n al material, $f_{t,0\%}$ y $f_{t,90\%}$ son las resistencias a tracci3n de dise1o del material en el sentido longitudinal (fibras) y transversal respectivamente, t es el espesor de la secci3n y n el n1mero de conexiones en la secci3n transversal.

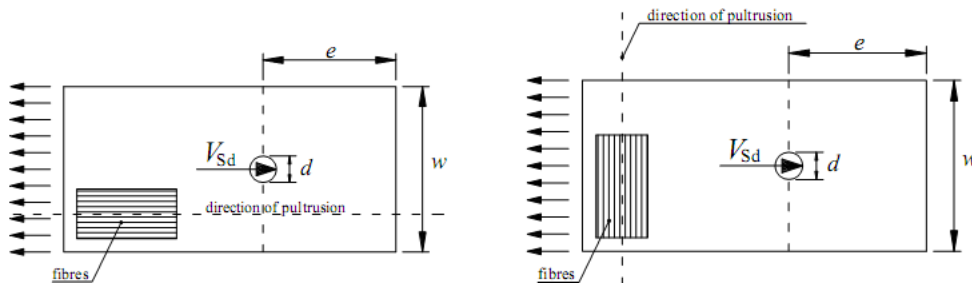


Figura 3-23. Fallo *net-section* para carga de tracci3n aplicada en direcció de fibras (a) y transversal (b).

2) Modo *shear-out failure* o desgarre

Es la verificaci3n que el material no falla debido al esfuerzo cortante en la direcció de la carga, es decir, no se produce desgarre del material. Para ello, es necesario que se cumpla la siguiente ecuaci3n de equilibrio:

$$V_{sd} = P_{bolt} \leq f_{\tau}(2e - d) \cdot t \quad [3.59]$$

siendo f_{τ} la resistencia de dise1o del material FRP a esfuerzo cortante y $V_{sd} = P_{bolt}$ la carga que transmite el tornillo al material en la conexi3n.

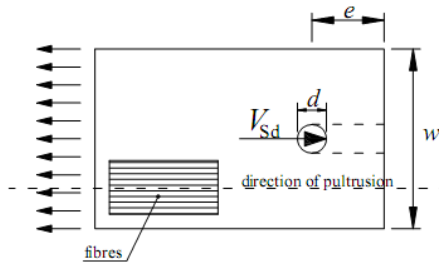


Figura 3-24. Fallo de desgarro o *Shear-out* para carga de tracci3n en direcció de fibras

Si se compara la ecuación 3.51 con 3.59, se observa que la sección propuesta en la segunda recomendación es inferior, obteniendo así una carga de rotura de un valor inferior.

3) Modo *bearing failure* o aplastamiento

Se trata de verificar la capacidad de carga del material. Este modo de fallo asume que la parte exterior del tornillo ejerce una compresión con el borde del material. El valor medio de la presión del vástago del tornillo en la superficie del agujero debe satisfacer las siguientes limitaciones dependiendo otra vez de la dirección de la carga:

- Carga de tracción en la dirección de las fibras. Debe cumplirse:

$$V_{sd} = P_{bolt} \leq f_{cE,0\varnothing} \cdot d \cdot t \quad [3.60]$$

- Carga de tracción en la dirección ortogonal a las fibras. Debe cumplirse:

$$V_{sd} = P_{bolt} \leq f_{cE,90\varnothing} \cdot d \cdot t \quad [3.61]$$

siendo $f_{cE,0\varnothing}$ y $f_{cE,90\varnothing}$ las resistencias de diseño del material FRP de capacidad de carga a compresión en las dirección paralela a las fibras y la opuesta, respectivamente. Este modo de fallo produce un aplastamiento del material en la dirección de la carga.

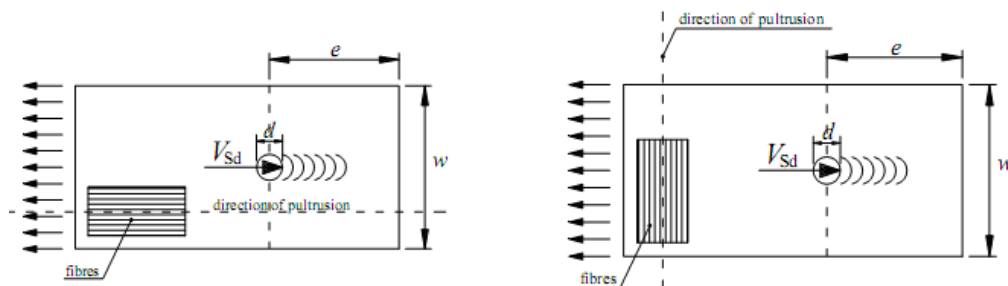


Figura 3-25. Fallo de aplastamiento o *bearing failure* para carga de tracción en la dirección de la pultrusión (a) y en la transversal (b).

3.3.4.2 Design Manual de *Fiberline Composites A/S*

Este es el manual de diseño de la empresa *Fiberline Composites A/S*, productora de perfiles de FRP pultrusionados [2]. La parte del manual que se estudia en este capítulo es la de cálculo estático y diseño de los perfiles de FRP. Estos han sido elaborados en concordancia con [5], y toda la parte de coeficientes de seguridad y métodos de cálculo con [19].

3.3.4.2.1 Comprobación Esfuerzo Axil

En el caso de estructuras bajo cargas axiales de tracción, el valor de la carga debe satisfacer la siguiente expresión:

$$N_{t,Sd} \leq A \cdot f_{td,0\varnothing} \quad [3.62]$$

donde $f_{td,0^\circ}$ es la resistencia de diseño del material a tracción en la dirección de las fibras y $N_{t,sd}$ es la carga externa de tracción con los coeficientes de mayoramiento ya aplicados.

3.3.4.2.2 Comprobación de conexiones mecánicas

Con el objetivo de alcanzar la capacidad de carga necesaria, es esencial respetar las distancias mínimas que se muestran en la siguiente figura:

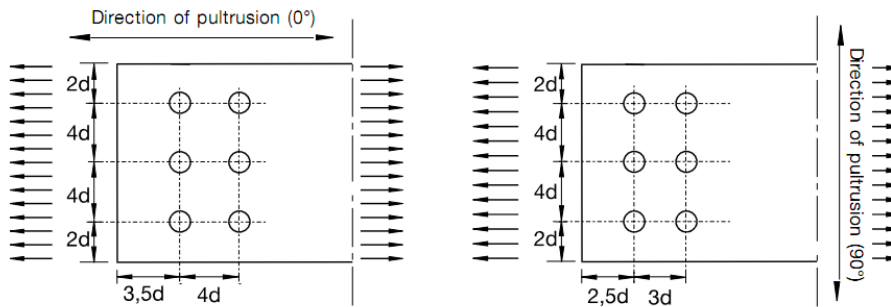


Figura 3-26. Limitaciones geométricas para el diseño de la conexión

siendo d el diámetro del agujero para la conexión. Observando la Figura 3-26 y en comparación con las limitaciones geométricas de la Tabla 3-13 de la guía italiana de diseño, la distancia del eje de la conexión al borde de la lámina se limita en 3.5 veces el diámetro, y no en 4. Este hecho influye de forma directa en el criterio del modo de fallo de desgarre del material entre las dos normativas.

Las expresiones analíticas que permiten el cálculo de las cargas últimas para los distintos modos de fallo son las siguientes:

1) Modo *net-section failure*

Depende de la dirección de la carga de tracción aplicada:

- Carga de tracción en la dirección de las fibras. Debe cumplirse:

$$V_{sd} \leq f_{t,0^\circ} \cdot (w - n \cdot d) \cdot t \quad [3.63]$$

- Carga de tracción en la dirección perpendicular a las fibras. Debe cumplirse:

$$V_{sd} \leq f_{t,90^\circ} \cdot (w - n \cdot d) \cdot t \quad [3.64]$$

donde se han utilizado una resistencia de tracción del material en la dirección de las fibras de $f_{t,0^\circ} = 240 \text{ MPa}$ y en la transversal de $f_{t,90^\circ} = 50 \text{ MPa}$. Tener en cuenta que es el valor máximo que se puede aplicar a todo el panel, no a una conexión en particular.

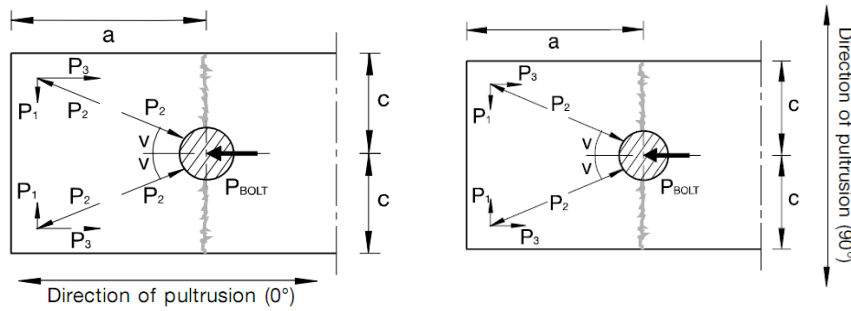


Figura 3-27. Fallo net-section para carga de tracción aplicada en dirección de fibras (a) y transversal (b)

2) Modo *shear-out failure* o desgarre

Debe cumplirse que la carga transmitida por el tornillo no sea superior a:

- Carga de tracción en la dirección de las fibras. Debe cumplirse:

$$P_{bolt} \leq f_{\tau} (2e - d) \cdot t \quad [3.65]$$

- Carga de tracción en la dirección perpendicular a las fibras. Debe cumplirse:

$$P_{bolt} \leq f_{\tau} (2e - d) \cdot t \quad [3.66]$$

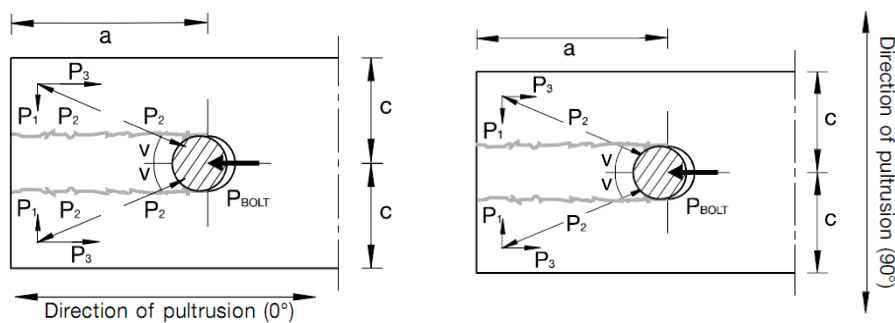


Figura 3-28. Fallo de desgarre o *shear-out failure* para carga de tracción en la dirección de la pultrusión (a) y en la transversal (b).

Donde se ha utilizado una resistencia a cortante del material de $f_{\tau} = 25 \text{ MPa}$ para las dos direcciones. Se puede observar como la expresión de este modo de fallo es idéntica a la usada por la guía italiana de diseño en la ecuación 3.59.

3) Modo *bearing failure* o aplastamiento

Debe cumplirse que la carga transmitida por el tornillo no sea superior a:

- Carga de tracción en la dirección de las fibras. Debe cumplirse:

$$P_{bolt} \leq f_{c,02} \cdot d \cdot t \quad [3.67]$$

- Carga de tracción en la dirección perpendicular a las fibras. Debe cumplirse:

$$P_{bolt} \leq f_{c,90^\circ} \cdot d \cdot t \quad [3.68]$$

Donde se han utilizado una resistencia a compresión del material en la dirección de las fibras de $f_{c,0^\circ} = 240 \text{ MPa}$ y en la dirección perpendicular de $f_{c,90^\circ} = 70 \text{ MPa}$.

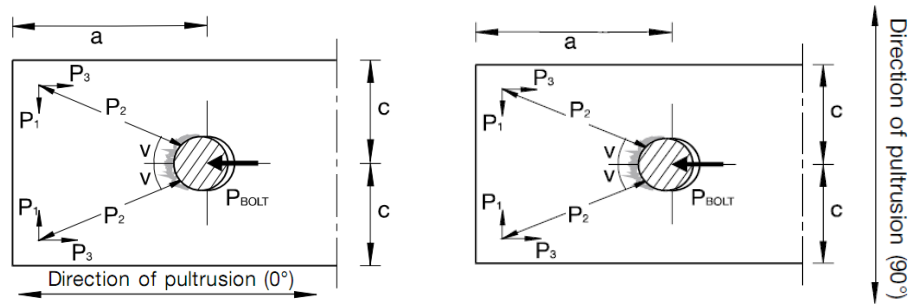


Figura 3-29. Fallo de aplastamiento o bearing failure para carga de tracción en la dirección de la pultrusión (a) y en la transversal (b).

Se puede ver como a diferencia de [17] en las ecuaciones 3.60 y 3.61 se utiliza la resistencia a compresión del material (f_c) en vez de la capacidad de carga (f_{cB}). En la Tabla 3-11 se puede ver como la resistencia a compresión es mayor que la capacidad de carga en el caso en que la dirección sea la de las fibras y en el caso de la transversal, los valores son idénticos. Esto indica que en el caso que la carga de tracción se aplique en la dirección de la pultrusión, la carga de rotura del modo de aplastamiento será inferior siguiendo el criterio de la guía italiana [17] que el de *Fiberline Composites A/S* [2].

Dejando de banda estas expresiones analíticas de los diferentes modos de fallo, el manual propone unas tablas de dimensionamiento que dependen solamente del diámetro del tornillo y del espesor de la lámina. Si no se hace un estudio exhaustivo y riguroso del manual, se podría hacer uso solamente de dichas tablas, que como se explica a continuación solamente son de servicio para un caso muy específico, el caso límite.

Para la determinación de los valores de cargas últimas en las conexiones que aparecen en las tablas, se usa la geometría definida en la Figura 3-26, con una distancia del borde de la lámina al eje del tornillo de $3,5d$ para la dirección de pultrusión y de $2,5d$ en la transversal.

Fijando estas distancias, se obtiene que en la dirección de las fibras (0°), el modo de fallo más propenso a ocurrir es de desgarre del material con un valor de $P_{bolt} \leq 150 \cdot t \cdot d$, mientras que en la dirección transversal es de $P_{bolt} \leq 70 \cdot t \cdot d$ de aplastamiento.

En resumen, estas tablas solamente son útiles y responden a la realidad del problema si las distancias son las comentadas. En todos los otros casos se estará sobredimensionando el diseño de las uniones. A continuación se muestran las tablas en función de la dirección de la carga.

- Carga de tracción en la dirección de las fibras: Debe cumplirse que

$$P_{bolt,d} \leq \frac{150}{1,3} \cdot d \cdot t \quad [3.69]$$

donde P_{bolt} es la carga última de diseño que puede soportar el perno del tornillo antes de romperse. La tabla de la Figura 3-30 muestra los diferentes valores de dicha carga última en función del diámetro del tornillo d del espesor de la lámina t aplicando también el coeficiente de seguridad de 1,3.

Pin-bearing strength (P) in kN for direction of force 0° (longitudinal direction of profile)																					
Bolt	Load-bearing capacity per cut (kN)		Thickness of laminate in mm																		
	1 cut	2 cuts	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
			5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
M 6	2,7	5,4	3,5	4,2	4,8	5,5	6,2	6,9	7,6	8,3	9,0	9,7	10,4	11,1	11,8	12,5	13,2	13,8			
M 8	4,8	9,5	4,6	5,5	6,5	7,4	8,3	9,2	10,2	11,1	12,0	12,9	13,8	14,8	15,7	16,6	17,5	18,5			
M 10	7,4	14,9	5,8	6,9	8,1	9,2	10,4	11,5	12,7	13,8	15,0	16,2	17,3	18,5	19,6	20,8	21,9	23,1			
M 12	10,7	21,4	6,9	8,3	9,7	11,1	12,5	13,8	15,2	16,6	18,0	19,4	20,8	22,2	23,5	24,9	26,3	27,7			
M 14	14,6	29,2	8,1	9,7	11,3	12,9	14,5	16,2	17,8	19,4	21,0	22,6	24,2	25,8	27,5	29,1	30,7	32,3			
M 16	19,0	38,1	9,2	11,1	12,9	14,8	16,6	18,5	20,3	22,2	24,0	25,8	27,7	29,5	31,4	33,2	35,1	36,9			
M 20	30	59	11,5	13,8	16,2	18,5	20,8	23,1	25,4	27,7	30,0	32,3	34,6	36,9	39,2	41,5	43,8	46,2			
M 22	36	72	12,7	15,2	17,8	20,3	22,8	25,4	27,9	30,5	33,0	35,5	38,1	40,6	43,2	45,7	48,2	50,8			
M 24	43	86	13,8	16,6	19,4	22,2	24,9	27,7	30,5	33,2	36,0	38,8	41,5	44,3	47,1	49,8	52,6	55,4			
M 27	54	109	15,6	18,7	21,8	24,9	28,0	31,2	34,3	37,4	40,5	43,6	46,7	49,8	53,0	56,1	59,2	62,3			
M 30	67	134	17,3	20,8	24,2	27,7	31,2	34,6	38,1	41,5	45,0	48,5	51,9	55,4	58,8	62,3	65,8	69,2			
M 36	96	193	20,8	24,9	29,1	33,2	37,4	41,5	45,7	49,8	54,0	58,2	62,3	66,5	70,6	74,8	78,9	83,1			
M 42	131	262	24,2	29,1	33,9	38,8	43,6	48,5	53,3	58,2	63,0	67,8	72,7	77,5	82,4	87,2	92,1	96,9			
M 48	171	343	27,7	33,2	38,8	44,3	49,8	55,4	60,9	66,5	72,0	77,5	83,1	88,6	94,2	99,7	105,2	110,8			

Figura 3-30. Tabla de dimensionamiento de conexiones para la dirección de pultrusión (0°).

- Carga de tracción en la dirección perpendicular a las fibras:

$$P_{bolt,d} \leq \frac{70}{1,3} \cdot d \cdot t \quad [3.70]$$

donde P_{bolt} es la carga última de diseño que puede soportar el perno del tornillo antes de romperse. La tabla de la Figura 3-31 muestra los diferentes valores de dicha carga última en función del diámetro del tornillo d del espesor de la lámina t .

Pin-bearing strength (P) in kN for direction of force 90° (transverse direction of profile)																					
Bolt	Load-bearing capacity per cut (kN)		Thickness of laminate in mm																		
	1 cut	2 cuts	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
			5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
M 6	2,7	5,4	1,6	1,9	2,3	2,6	2,9	3,2	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,2	5,5	5,8	6,1	6,5			
M 8	4,8	9,5	2,2	2,6	3,0	3,4	3,9	4,3	4,7	5,2	5,6	6,0	6,5	6,9	7,3	7,8	8,2	8,6			
M 10	7,4	14,9	2,7	3,2	3,8	4,3	4,8	5,4	5,9	6,5	7,0	7,5	8,1	8,6	9,2	9,7	10,2	10,8			
M 12	10,7	21,4	3,2	3,9	4,5	5,2	5,8	6,5	7,1	7,8	8,4	9,0	9,7	10,3	11,0	11,6	12,3	12,9			
M 14	14,6	29,2	3,8	4,5	5,3	6,0	6,8	7,5	8,3	9,0	9,8	10,6	11,3	12,1	12,8	13,6	14,3	15,1			
M 16	19,0	38,1	4,3	5,2	6,0	6,9	7,8	8,6	9,5	10,3	11,2	12,1	12,9	13,8	14,6	15,5	16,4	17,2			
M 20	30	59	5,4	6,5	7,5	8,6	9,7	10,8	11,8	12,9	14,0	15,1	16,2	17,2	18,3	19,4	20,5	21,5			
M 22	36	72	5,9	7,1	8,3	9,5	10,7	11,8	13,0	14,2	15,4	16,6	17,8	19,0	20,1	21,3	22,5	23,7			
M 24	43	86	6,5	7,8	9,0	10,3	11,6	12,9	14,2	15,5	16,8	18,1	19,4	20,7	22,0	23,3	24,6	25,8			
M 27	54	109	7,3	8,7	10,2	11,6	13,1	14,5	16,0	17,4	18,9	20,4	21,8	23,3	24,7	26,2	27,6	29,1			
M 30	67	134	8,1	9,7	11,3	12,9	14,5	16,2	17,8	19,4	21,0	22,6	24,2	25,8	27,5	29,1	30,7	32,3			
M 36	96	193	9,7	11,6	13,6	15,5	17,4	19,4	21,3	23,3	25,2	27,1	29,1	31,0	33,0	34,9	36,8	38,8			
M 42	131	262	11,3	13,6	15,8	18,1	20,4	22,6	24,9	27,1	29,4	31,7	33,9	36,2	38,4	40,7	43,0	45,2			
M 48	171	343	12,9	15,5	18,1	20,7	23,3	25,8	28,4	31,0	33,6	36,2	38,8	41,4	43,9	46,5	49,1	51,7			

Figura 3-31. Tabla de dimensionamiento de conexiones para la dirección transversal (90°).

4. ANÁLISIS DE LA CAMPAÑA DE ENSAYOS (IETcc)

4.1 Descripción de los ensayos experimentales

Los ensayos que se describen a continuación han sido elaborados por el IETcc en Madrid bajo la dirección del Doctor Ingeniero de Caminos Ángel Arteaga Iriarte y la colaboración de Ana de Diego Villalón, Ingeniero de Caminos [20].

Las muestras ensayadas son paneles nervados de poliéster reforzado con fibra de vidrio fabricados por pultrusión de la empresa *Fiberline Composites AS*. Dichos paneles se usaron en el proyecto de la pasarela sobre la ría Narrondo en Zumaia, obra proyectada por Pedelta S.L

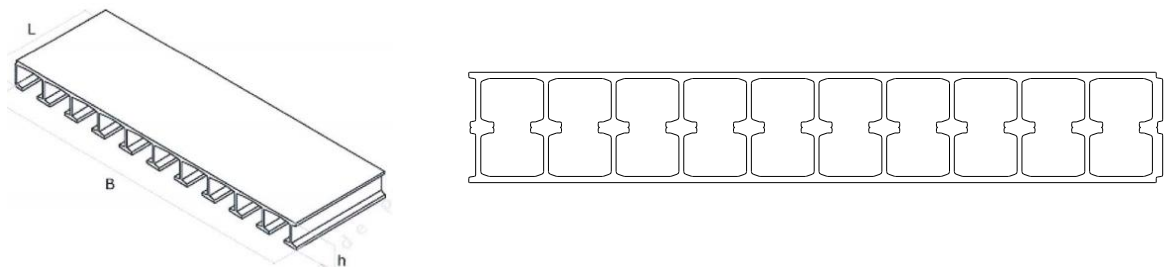


Figura 4-1. (a) Imagen del panel y (b) alzado [20].

Los paneles tienen diferentes longitudes dependiendo del ensayo: 900, 1500 y 2000mm para los ensayos de compresión y cortante y 500 mm para los de uniones. Cada probeta de ensayo está compuesta por dos paneles de la misma longitud unidos entre sí, mediante adhesivos o tornillos, por la cara donde se encuentran los nervios (ver Figura 4-1).



Figura 4-2. Imagen (a) los paneles situados en el puente sobre la ría Narrondo (Zumaia) y en (b) un panel ensayado por el IETcc.

4.1.1 Ensayo de tracción del laminado

El objetivo del ensayo es medir la resistencia del material laminado mediante dos ensayos de tracción: uno longitudinal y el otro transversal.

Estos ensayos se realizan mediante una prensa INSTRON, aplicando una carga de tracción hasta que se produce la rotura del material. Dependiendo de que el ensayo sea transversal o longitudinal, los controles de carga o desplazamiento varían.

4.1.1.1 Ensayo longitudinal

En el sentido longitudinal se han cortado en el ala del panel, entre dos nervios consecutivos, seis probetas de aproximadamente 14 mm de anchura y 250 mm de longitud.



Figura 4-3. Probeta del ensayo de tracción longitudinal del laminado con las mordazas situadas en los extremos.

Los extremos de las probetas en la zona en que se colocan las mordazas se han reforzado pegando fibras de carbono, con el fin de que la rotura no se produzca por daño local en el apriete de las mordazas. La longitud de la probeta libre entre mordazas es de 145 mm.

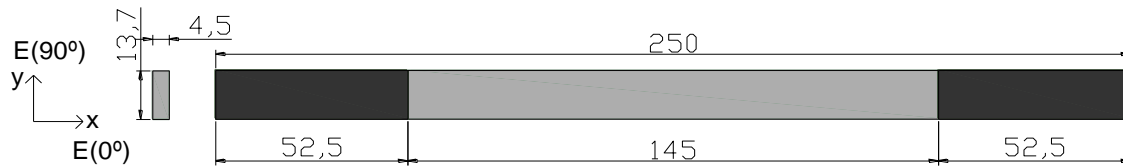


Figura 4-4. Probeta del ensayo con las direcciones longitudinal y transversal.

En la Figura 4-4 se muestran las direcciones principales de la lámina. La E_{0° indica la dirección de pultrusión o dirección de las fibras, mientras que E_{90° indica la transversal. Las propiedades del material en función de estas indicaciones se pueden encontrar en las Tablas 3-11 y 3-12 del apartado 3.3.2.

El ensayo consiste en mantener fijo uno de los extremos por la misma prensa y en el opuesto se aplica una carga de tracción dinámica en la dirección de las fibras hasta llegar a la rotura del laminado.

Además en la probeta LON_6 se han pegado dos bandas extensométricas en el centro de la probeta, una en cada cara, con el fin de medir la deformación y obtener el Módulo de elasticidad longitudinal; en este caso el E_{0° .

A las dos primeras probetas longitudinales, LON_1 y LON_2 se les aplica un control de carga a 5KN/min y a las cuatro restantes (LON_3, LON_4, LON_5 y LON_6) un control de desplazamiento a 1mm/min.

Probeta	Anchura (mm)	Área (mm ²)	Qu (KN)	Tensión de rotura			
				σ (Mpa)	Media (Mpa)	Valor característico al 95% (MPa)	Coefficiente de variación
LON_1	13,00	58,50	15,90	272,00	287,20	431,25	0,07
LON_2	13,90	65,60	18,60	297,00			
LON_3	13,60	61,20	18,10	296,00			
LON_4	13,30	59,90	15,00	251,00			
LON_5	14,90	67,10	19,30	288,00			
LON_6	13,70	61,70	19,70	319,00			

Tabla 4-1. Resultados del ensayo de tracción longitudinal del laminado

La Tabla 4-1 muestra los resultados de las cargas últimas de tracción para cada una de las probetas ensayadas, junto con las características geométricas y los valores medios de las tensiones. También se muestra el valor característico al 95%, que suponiendo que los resultados siguen una distribución normal, es el valor de la resistencia que asegura que en un 95% de los casos dicho valor no se verá superado. Como se puede observar en la tabla, los valores de las

tensiones de rotura del ensayo son ligeramente superiores a la resistencia de tracción del material en la dirección de las fibras que indica [2] de 240 MPa.

En todas las probetas longitudinales, excepto en la probeta LON_2, el modo de fallo según el informe elaborado por el IETcc [20] fue similar, por delaminación en el interior del laminado, tal y como muestra la Figura 4-5. La delaminación de las probetas se produce en la parte central de éstas, donde la matriz parece haber perdido consistencia y las fibras rompen por tracción.

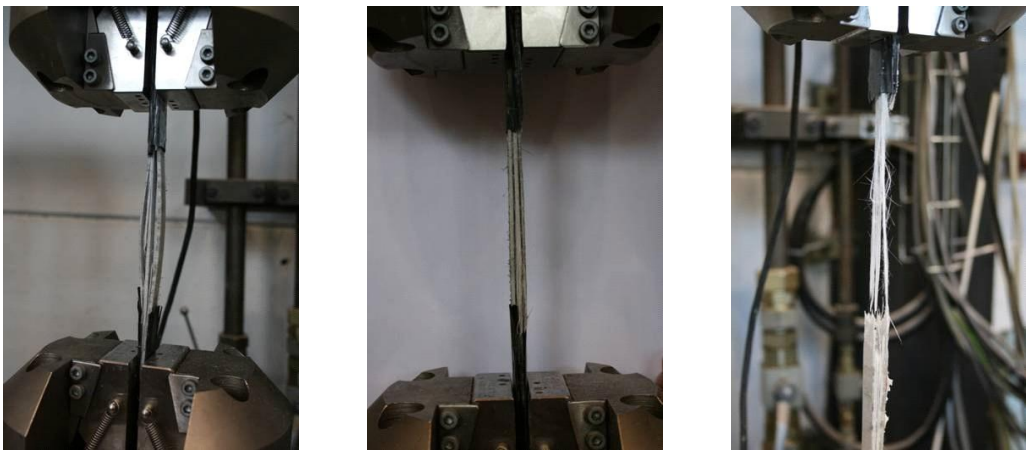


Figura 4-5. Deslaminación de la probeta en el ensayo de tracción longitudinal.

En la probeta LON_2 la rotura se produce en el borde de una de las mordazas como se muestra en la imagen de la derecha de la Figura 4-5. A pesar de que el modo de fallo sea distinto a las otras probetas, la carga última se asimila a todas ellas.

Tal y como se ha comentado, en el ensayo de la probeta LON_6 se instrumentó con dos bandas extensométricas, una en cada cara, en el centro. En la Figura 4-6 se observa la gráfica Tensión-Deformación (ϵ , σ) de las dos bandas B1 y B2, dispuestas en el centro de la lámina, obtenido del informe de los ensayos [20].

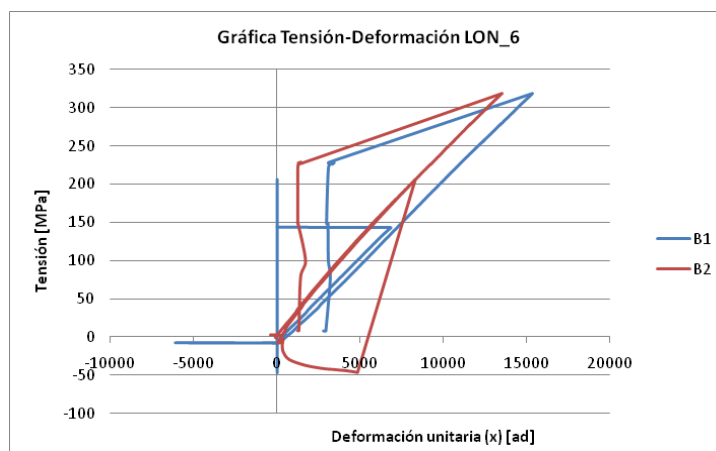


Figura 4-6. Gráfica Tensión-deformación de la probeta LON_6.

Considerando la media de las lecturas de las dos bandas, y el tramo de ensayo comprendido entre 2000 y 4000 microdeformaciones, se ha calculado el módulo de elasticidad de tracción en sentido longitudinal (E_{0°) de **23.500 MPa**.

4.1.1.2 Ensayo transversal

En el sentido transversal se han cortado seis probetas de aproximadamente 20mm de anchura y 230 mm de longitud. En estas probetas no fue necesario reforzar los extremos con fibra de carbono, ya que la resistencia en el sentido transversal es pequeña en comparación con la longitudinal. Después de situar las mordazas para aplicar la carga, quedó libre una longitud de 165 mm.

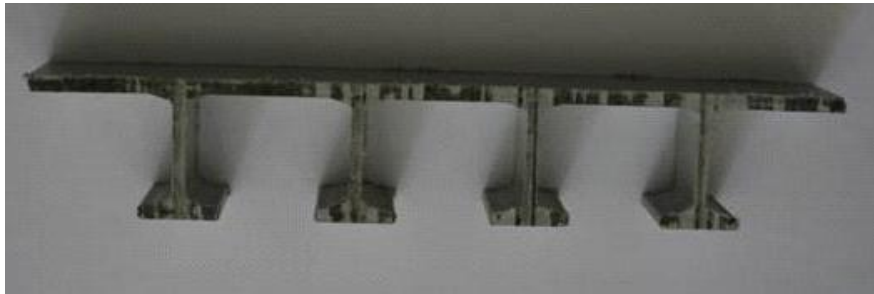


Figura 4-7. Probeta del ensayo de tracción transversal del laminado.

La carga de tracción en este ensayo se aplica en la dirección perpendicular a las fibras, es decir, la transversal (E_{90°). En la Figura 4-8 se muestra con detalle la geometría de la probeta ensayada.

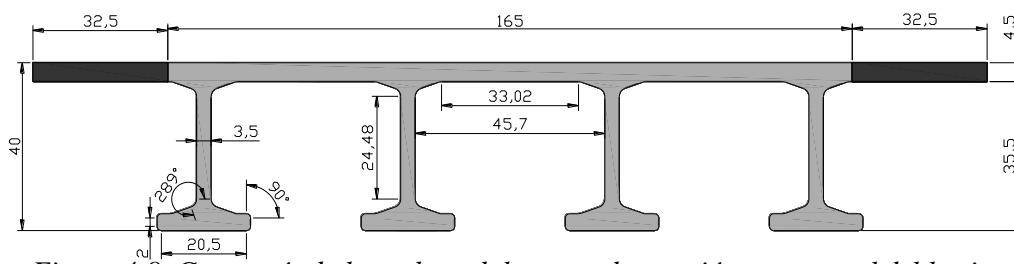


Figura 4-8. Geometría de la probeta del ensayo de tracción transversal del laminado

El ensayo consiste en mantener fijo uno de los extremos por la misma prensa y en el opuesto se aplica una carga de tracción dinámica en la dirección transversal de las fibras hasta llegar a la rotura del laminado. Los extremos del perfil que están coloreados más oscuros en la figura anterior, son las partes que están en contacto con la prensa.

En comparación con el ensayo longitudinal, este debería llegar a la rotura con una tensión inferior, ya que la resistencia de tracción del material en dirección transversal es del orden de 5 veces inferior que en la dirección de pultrusión (ver Tabla 3-11).

La Tabla 4-2 muestra los resultados de las cargas últimas de rotura para cada una de las seis probetas ensayadas. También se muestran las características geométricas y el valor de la tensión de rotura media junto con el valor característico al igual que la Tabla 4-1.

Probeta	Anchura (mm)	Área (mm ²)	Qu (KN)	Tensión de rotura			
				σ (Mpa)	Media (Mpa)	Valor característico al 95% (Mpa)	Coefficiente de variación
TRA_1	21,90	98,60	6,30	64,00	55,30	71,89	0,13
TRA_2	19,90	89,60	4,20	47,00			
TRA_3	21,40	96,30	4,30	45,00			
TRA_4	19,50	87,80	5,30	60,00			
TRA_5	19,80	89,10	4,70	53,00			
TRA_6	20,50	92,30	5,80	63,00			

Tabla 4-2. Resultados del ensayo de tracción longitudinal del laminado

En estos ensayos el modo de fallo ha sido similar en todas las probetas, con delaminación interna y rotura siempre coincidiendo con la posición de una de las almas de los perfiles T, según se muestra Figura 4-9. Haciendo referencia a los valores de las cargas últimas de rotura determinadas en el ensayo, se puede decir que son coherentes si se comparan con los valores que propone la Tabla 3-11 del manual de diseño [2].



Figura 4-9. Delaminación interna de una probeta en el ensayo de tracción.

4.1.2 Ensayo de uniones mecánicas

El objetivo de este ensayo es determinar las cargas últimas de tracción de las conexiones para probetas hechas del mismo material pero con diferente distribución de las uniones.

La disposición del ensayo es la siguiente: se usan probetas formadas por dos paneles de dimensiones 500 mm tanto de longitud como de anchura y de 4.5 mm de espesor cada uno. Estos están unidos por 10 tornillos de 10 mm de diámetro (M10) en la parte superior correspondientes a la pieza de acero en forma de U usada para transmitir la carga. Estos 10 tornillos traspasan la probeta por los dos paneles aplicando la carga de tensión sobre la superficie del mismo agujero. En la parte inferior, objeto del ensayo, los paneles se unen mediante 2 ó 4 tornillos M10 a dos placas de acero sujetas al suelo. En la Figura 4-10 se puede observar la disposición del ensayo.



Figura 4-10. Disposición del ensayo de uniones mecánicas.

Las piezas de acero van unidas mediante dos rótulas planas a la prensa INSTRON, la cual aplica una carga de tracción creciente hasta llegar a la rotura o desgarro del material. Se han realizado 5 ensayos diferentes, variándose el número de tornillos en el extremo inferior (2 ó 4) y la distancia entre estos y al borde inferior de los paneles d (ver Figura 4-11).

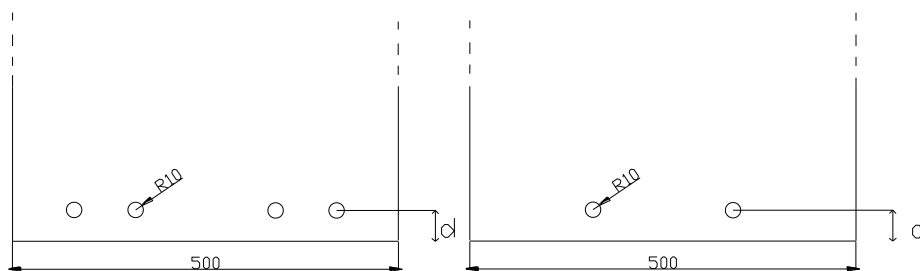


Figura 4-11. Geometría del ensayo de uniones mecánicas

En la Tabla 4-3 se muestra la carga última alcanzada en los ensayos para cada probeta. En la nomenclatura de las probetas, las tres primeras letras indican el tipo de ensayo (UNI para unión), después se indica el número de tornillos (2 ó 4), a continuación la distancia desde el eje

de los tornillos al borde inferior del panel y finalmente entre paréntesis una letra para distinguir probetas del mismo tipo.

Probeta	Qu[KN]
UNI_4_50(a)	80
UNI_4_50(b)	80,2
UNI_4_35	72,2
UNI_2_180	54
UNI_2_35	54,8

Tabla 4-3. Cargas últimas de tracción de las conexiones del ensayo de uniones mecánicas.

El modo de fallo ha sido el mismo en todas las probetas: desgarre de los paneles en la zona inferior desde los tornillos hacia el extremo del panel. En las probetas de 2 tornillos se produce desgarre del panel en los dos agujeros, mientras que en las que tienen 4 tornillos hay rasgadura en tres de ellos. Se ha variado la distancia entre los tornillos y el borde del panel (35, 50 y 180mm), y se ha apreciado que al aumentar la distancia al extremo inferior del panel la carga última varía.



Figura 4-12. Imágenes de los fallos por desgarre del material en las probetas.

4.2 Contraste de los ensayos con las técnicas de cálculo simplificado

Este apartado tiene como objetivo el cálculo de las cargas últimas teóricas de los ensayos aplicando los criterios de dimensionamiento de los dos manuales ya descritos, el *Design Manual de Fiberline Composites A/S* [2] y la guía italiana de diseño [17]. Una vez se hayan determinado estos valores se procederá a compararlos con los valores obtenidos de los ensayos reales del IETcc.

4.2.1 Ensayo de tracción del laminado

4.2.1.1 Ensayo longitudinal

En el apartado 3.3.4 se muestra como para los dos manuales, el criterio de dimensionamiento del esfuerzo axial es el mismo. Por ello, siguiendo las ecuaciones 3.53 y 3.62:

$$N_{t,Sd} \leq N_{t,Rd} = A \cdot f_{t,d} \quad [4.01]$$

El coeficiente parcial del material γ_m tiene un valor de 1,3 y la resistencia característica de tracción es $f_{t,02} = 240 \text{ MPa}$ (ver Tabla 3-12).

$$N_{t,Rd,02} = A \cdot \frac{240}{1,3} = 185 \cdot A = f_{t,02,d} \cdot A \quad [4.02]$$

Por lo tanto, aplicando la ecuación 4.02 a las 6 probetas definidas en la Tabla 4-1 se obtienen los valores característicos ($N_{t,Rk,02}$) y de diseño ($N_{t,Rd,02}$) de las cargas últimas a tracción en la dirección de las fibras. Para el diseño se aplica el coeficiente de seguridad $\gamma_m = 1,3$.

Probeta	$N_{t,Rd,02}$ [KN]	$N_{t,Rk,02}$ [KN]	Q_u [KN] Ensayo	Valores medios de resistencia [MPa]
LON_1	10,822	14,06	15,9	272
LON_2	11,808	15,35	18,6	297
LON_3	11,322	14,71	18,1	296
LON_4	10,782	14,01	15	251
LON_5	12,413	16,13	19,3	288
LON_6	11,414	14,83	19,7	319

Tabla 4-4. Cargas últimas de tracción longitudinal según el cálculo simplificado.

La tercera columna de la Tabla 4-4 muestra los valores característicos de las cargas últimas de tracción de las probetas, estos valores son útiles para el diseño. Comparando los valores de las resistencias medias obtenidas en los ensayos con los 240 MPa que propone el manual, se observa que todos los valores de los ensayos están por encima de la resistencia a tracción del material, la que menos lo supera por un 4,5% y la que más un 32,9%. Nótese que a los valores de las cargas últimas de los ensayos Q_u no se les aplica ningún coeficiente de seguridad.

4.2.1.2 Ensayo transversal

De la misma manera que en el apartado 4.2.1.1, los criterios en las dos normativas coinciden en la dirección transversal del laminado; por lo tanto, para calcular la carga máxima de diseño a tracción en la dirección transversal se sigue la misma expresión.

$$N_{t,Rd,902} = f_{t,902,d} \cdot A \quad [4.03]$$

La resistencia en la dirección transversal es de $f_{t,90^\circ} = 50 \text{ Mpa}$ pues la carga se aplica en la dirección perpendicular de las fibras (Tabla 3-11). Por lo tanto, aplicando estos datos a la ecuación 4.03 y las características de las probetas que aparecen en la Tabla 4-2, se obtienen los valores característicos ($N_{t,R_k,90^\circ}$) y de diseño ($N_{t,R_d,90^\circ}$) de las cargas últimas a tracción en la dirección transversal de las fibras. Para el diseño se aplica el coeficiente de seguridad $\gamma_m = 1,3$.

Probeta	$N_{t,R_d,90^\circ}$ [KN]	$N_{t,R_k,90^\circ}$ [KN]	Q_u [KN] Ensayo	Valores medios de resistencia [MPa]
TRA_1	3,944	5,13	6,30	64
TRA_2	3,584	4,66	4,20	47
TRA_3	3,852	5,01	4,30	45
TRA_4	3,512	4,57	5,30	60
TRA_5	3,564	4,63	4,70	53
TRA_6	3,692	4,79	5,80	63

Tabla 4-5. Cargas últimas de tracción transversal según el cálculo simplificado

En la tabla 4-5 se puede observar como solamente los valores de resistencia de las probetas TRA_2 y TRA_3 son inferiores a los 50 MPa que propone el manual de diseño. Todas las otras probetas rompieron en el ensayo con una resistencia mayor.

4.2.2 Ensayo de uniones mecánicas

En este apartado se calculan las cargas últimas teóricas que soporta el material en la zona de la conexión según los distintos criterios comentados en el apartado 3.3.4.

4.2.2.1 Guía italiana de diseño

Tal y como se indicó en el apartado 3.3.4.1.2, el primer paso para el diseño de conexiones mecánicas es la comprobación de la geometría que envuelve el elemento. Para ello, se debe tener en cuenta los valores de la Tabla 3-13. Se definen en la Tabla 4-6, las características geométricas para cada una de las 4 probetas de los ensayos.

Probeta	n	e [mm]	d [mm]	t [mm]
UNI_4_50	4	50	10	4.5
UNI_4_35	4	35	10	4.5
UNI_2_180	2	180	10	4.5
UNI_2_35	2	35	10	4.5

Tabla 4-6. Características geométricas de las conexiones en las diferentes probetas.

donde los significados de cada uno de los parámetros se especifica en el apartado correspondiente 3.3.4.1. A pesar que cada uno de los tornillos atraviesa dos láminas de 4.5 mm cada una, solamente se tendrá en cuenta el espesor de una de ellas debido a la simetría en el

plano perpendicular al tornillo. Esta simetría será también usada en la modelización numérica para facilitar la comparación de resultados.

Atendiendo a la geometría definida en la Tabla 4-6, se observa que las probetas UNI_4_35 y UNI_2_35 no cumplen con la restricción geométrica definida por la ecuación 3.56. Por lo tanto, si se recuerda que dicha limitación tiene como principal objetivo evitar el fallo por desgarre del material, éstas son más propensas a dicho modo de fallo.

A continuación se analizan los tres modos de fallo siguiendo las indicaciones del apartado 3.3.4.1.2.

1) Modo *net-section failure*

Para el cálculo de las cargas de tracción últimas de este modo de fallo se tiene en cuenta la ecuación 3.57 referente a la carga en la dirección de las fibras.

$$V_{sd} \leq \frac{1}{\gamma_{Rd}} f_{t,02}(w - n \cdot d) \cdot t \quad [4.04]$$

siendo $f_{t,02} = 240 \text{ MPa}$, resistencia de tracción de diseño del material en sentido longitudinal (fibras), $w = 500 \text{ mm}$ el ancho del panel y $\gamma_{Rd} = 1,1$ el coeficiente para secciones agujereadas. En la Tabla 4-7 se indican los valores de las cargas últimas de tracción para este modo de fallo.

	UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
$V_{sd,net-section}$ [KN]	451,64	451,64	471,2	471,2

Tabla 4-7. Cargas últimas de tracción para el modo *net-section failure* según la guía italiana de diseño.

Se debe tener en cuenta que estos valores son para toda la sección neta de las probetas, no para cada una de las conexiones. Son valores comparativos con la carga última de la probeta en los ensayos.

2) Modo *Shear-out failure* o desgarre

Atendiendo a la ecuación 3.59, para evitar el fallo por desgarre del material se debe cumplir lo siguiente:

$$V_{sd} = P_{bolt} \leq f_t(2e - d) \cdot t \quad [4.05]$$

siendo $f_t = 25 \text{ MPa}$, resistencia a cortante de diseño del material. En la Tabla 4-8 se indican los valores de las cargas últimas de tracción para este modo de fallo.

	UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
$P_{bolt,Shear-out}$ [KN]	10,125	6,75	39,37	6,75

Tabla 4-8. Cargas últimas de tracción del modo de desgarre según la guía italiana de diseño.

3) Modo *Bearing failure* o aplastamiento

Atendiendo a la ecuación 3.60, para evitar el fallo por aplastamiento del material se debe cumplir lo siguiente:

$$V_{sd} = P_{bolt} \leq f_{cE,02} \cdot d \cdot t \quad [4.06]$$

Siendo $f_{cE,02} = 150MPa$, capacidad de carga del material en sentido longitudinal. En la Tabla 4-9 se indican los valores de las cargas últimas de tracción para este modo de fallo.

	UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
$P_{bolt,bearing}$ [KN]	6,75	6,75	6,75	6,75

Tabla 4-9. Cargas últimas de tracción para el modo de aplastamiento según la guía italiana de diseño.

4.2.2.2 *Design Manual de Fiberline Composites A/S*

Se destaca que todas las probetas cumplen con las limitaciones geométricas definidas en la Figura 3-26. Sin embargo, es necesario comentar que tanto UNI_4_35 como UNI_2_35 se encuentran en el límite de $a = 3.5d$, distancia recomendada de acuerdo al manual de *Fiberline*. A continuación se analizan los tres modos de fallo siguiendo las indicaciones del apartado 3.3.4.2.2.

1) Modo *net-section failure*

Para el cálculo de las cargas de tracción últimas de este modo de fallo se tiene en cuenta la ecuación 3.63 referente a la carga en la dirección de las fibras:

$$V_{sd} \leq f_{t,02} \cdot (w - n \cdot d) \cdot t \quad [4.07]$$

siendo $f_{t,02} = 240MPa$, resistencia de tracción de diseño del material en sentido longitudinal y $w = 500$ mm el ancho del panel.

	UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
$V_{sd,net-section}$ [KN]	496,80	496,80	518,3	518,3

Tabla 4-10. Cargas últimas de tracción para el modo *net-section failure* según el *Design Manual de Fiberline*.

2) Modo *Shear-out failure* o desgarre

Atendiendo a la ecuación 3.65, para evitar el fallo por desgarre del material se debe cumplir lo siguiente:

$$V_{sd} = P_{bolt} \leq f_t(2e - d) \cdot t \quad [4.08]$$

siendo $f_t = 25 MPa$, resistencia a cortante de diseño del material. En la Tabla 4-11 se indican los valores de las cargas últimas de tracción para este modo de fallo y se puede observar como los valores son idénticos a los obtenidos con la guía italiana en la Tabla 4-8.

	UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
$P_{bolt, shear-out}$ [KN]	10,125	6,75	39,37	6,75

Tabla 4-11. Cargas últimas de tracción para el modo de desgarre según el Design Manual de Fiberline.

3) Modo *Bearing failure* o aplastamiento

Atendiendo a la ecuación 3.67, para evitar el fallo por aplastamiento del material se debe cumplir lo siguiente:

$$P_{bolt} \leq f_{c,09} \cdot d \cdot t \quad [4.09]$$

Siendo $f_{c,09} = 240 MPa$, capacidad de carga del material en sentido longitudinal. En la Tabla 4-12 se indican los valores de las cargas últimas de tracción para este modo de fallo.

	UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
$P_{bolt, bearing}$ [KN]	10,8	10,8	10,8	10,8

Tabla 4-12. Cargas últimas de tracción para el modo de aplastamiento según el Design Manual de Fiberline.

La Tabla 4-13 se basa en la ecuación 3.69 de las tablas de dimensionamiento y proporciona los valores de las cargas últimas características y de diseño que soportan las conexiones. Al depender solamente del espesor de la lámina y del diámetro del tornillo, los valores de las cargas últimas serán de idéntico valor para las 4 probetas.

	UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
P_{bolt} [KN]	5,192	5,192	5,192	5,192
$P_{bolt,k}$ [KN]	6,75	6,75	6,75	6,75

Tabla 4-13. Cargas últimas de tracción para la conexión según la tabla de dimensionamiento (0°).

4.2.2.3 Análisis de los resultados

A continuación la Tabla 4-14 muestra los valores de las cargas últimas pertenecientes a los dos manuales de diseño y a los ensayos. Los valores de la tabla coloreados significan las

cargas últimas de la conexión para los dos manuales y en los ensayos. A continuación se comentan los aspectos más destacados.

Manual o guía de Diseño	Modo de fallo	Probeta del ensayo			
		UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
Guía italiana de diseño[17]	<i>Net-section (valor panel)</i>	451,64	451,64	471,2	471,2
	<i>Shear-out</i>	10,125	6,75	39,37	6,75
	<i>Bearing</i>	6,75	6,75	6,75	6,75
Design Manual Fiberline Composites A/S [2]	<i>Tabla(valor diseño)</i>	5,192	5,192	5,192	5,192
	<i>Tabla(valor caract.)</i>	6,75	6,75	6,75	6,75
	<i>Net-section (valor panel)</i>	496,8	496,8	518,3	518,3
	<i>Shear-out</i>	10,125	6,75	39,37	6,75
	<i>Bearing</i>	10,8	10,8	10,8	10,8
Ensayo experimental	<i>Shear-out</i>	10	9,025	13,5	13,7

Tabla 4-14. Tabla comparativa de las cargas últimas de las conexiones mecánicas.

- Según la guía italiana de diseño el modo de fallo para las cuatro probetas ensayadas debería ser por aplastamiento del material con una carga última de 6,75KN. El valor de la carga de rotura en comparación con el obtenido en los ensayos es relativamente menor en todos los casos. De todos modos, no se pueden comparar los valores, pues determinan diferentes formas de rotura. En el informe de los ensayos no aparece información relacionada con un posible fallo por aplastamiento del material previo al desgarre, tampoco existen gráficas de carga-desplazamiento donde se pudiera extraer información. Por ello, la comparación de resultados entre estas dos fuentes deja ver que habría una relación lógica entre los valores si se tuviese la constancia de un fallo por aplastamiento previo al desgarre en las probetas del ensayo.
- Según el *Design Manual* de *Fiberline Composites A/S* el modo de fallo predominante es el de desgarre, al igual que en los ensayos. El cambio de modo con respecto a la guía italiana tiene su explicación en el uso de la resistencia de compresión en vez de la capacidad de carga en el modo de aplastamiento. Se cree conveniente el uso del criterio de la guía italiana; el posible fallo por aplastamiento del material en los ensayos previo al desgarre daría sentido dicha afirmación.
- La probeta UNI_2_180 según los dos manuales debería sufrir un aplastamiento del material antes que un desgarro, donde la carga última para este segundo modo es de un valor de 39,37 KN. Sin embargo, y obviando un posible fallo por aplastamiento del material en el ensayo, se produce un desgarre del material con una carga de tracción un 65,7% inferior de la que determina la guía y el manual. Es sorprendente ver como teniendo una distancia al borde libre de 180 mm, un 80,5% mayor que UNI_2_35 y UNI_4_35 , y un 72% más que UNI_4_50, los valores de carga última de desgarre son muy parecidos, e incluso es inferior que el de UNI_2_35. Es necesaria una serie de ensayos más extensa para determinar si es un caso aislado o sigue algún tipo de regla.

- El modo de desgarre del material propuesto en el manual y en la guía determinan unos valores de cargas últimas para las conexiones cercanos a los obtenidos en los ensayos. Esta afirmación corresponde a las probetas UNI_4_50, UNI_4_35 y UNI_2_35. Utilizando los datos obtenidos, se observa como la influencia de la distancia al borde libre es mayor en los manuales que en el ensayo. Como indican los valores teóricos, los valores inferiores de carga deberían ser los referentes a las conexiones situadas a menor distancia del borde de la lámina (UNI_4_35 y UNI_2_35), sin embargo, la carga última mayor corresponde a una de ellas, UNI_2_35, superando a UNI_4_50, que supuestamente al tener más sección a desgarrar, requiere de una carga mayor.
- Las cargas últimas del modo *net-section failure* tienen valores muy cercanos entre manuales, simplemente se diferencian por el uso del coeficiente $\gamma_{Rd} = 1,1$ en la guía italiana, para las secciones perforadas. Es un modo de fallo con pocas posibilidades de ocurrencia, por lo menos en estos paneles, pues la distancia entre conexiones es elevada, y por lo tanto la sección transversal también.

4.3 Modelización ensayo de tracción del laminado

Para la modelización numérica de los ensayos experimentales se ha utilizado el software RamSeries, desarrollado y comercializado por Compass Ingeniería y Sistemas S.A. La teoría en que se basa este software es la referente al apartado 3.2 del trabajo.

RamSeries ofrece un modelo numérico para materiales compuestos laminados llamado “Laminate Composite”, la teoría del cual se especifica en el apartado 3.2.3 y que permite el uso del criterio LaRC04 (apartado 3.2.4) para los modos de fallo de fibra y matriz. El modelo de laminados consiste en introducir las propiedades mecánicas de cada una de las láminas que componen el material y así conformar la placa. Sin embargo, el material de pultrusión no es un material laminado convencional formado por láminas apiladas una encima de la otra, sino que su producción es continua. Por esta razón, se considera más apropiado el modelo de una sola lámina con las características de la Tabla 3-11 y el espesor que requiera la probeta en vez del uso de n láminas de espesor arbitrario que conformen el material.

El ensayo de tracción longitudinal del laminado servirá para calibrar el modelo con los datos obtenidos de las bandas extensométricas de la probeta y las cargas últimas de tracción.

4.3.1 Ensayo longitudinal

4.3.1.1 Características del modelo

La probeta a modelizar es la LON_6 del ensayo descrito en el apartado 4.1.1.1. La probeta se dispuso de dos bandas extensométricas que medían los desplazamientos y que servirán para calibrar el modelo numérico del material.

Geometría del ensayo: Las dimensiones son las mismas que en los ensayos efectuados por el IETcc tanto de la parte central como de la mordaza (ver Figura 4-13). La parte de la mordaza sirve para evitar la concentración de tensiones en las esquinas de la parte del apoyo.

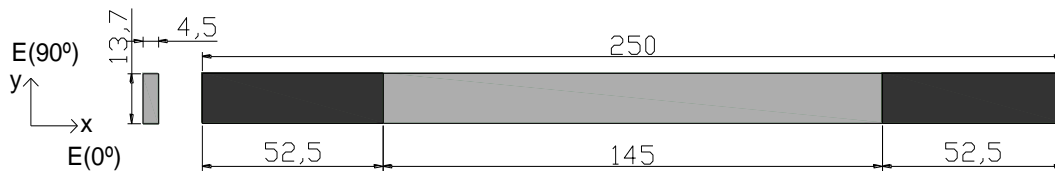


Figura 4-13. Geometría de la probeta LON_6.



Figura 4-14. Modelo LON_6.

Propiedades del material: Tanto la parte de las mordazas como la central objeto del ensayo tienen las mismas propiedades materiales. La parte de las mordazas sirve para relajar las posibles tensiones que aparecerían en la zona de la probeta con movimientos restringidos. Las propiedades del material son las indicadas por la Tabla 4-15 y se han obtenido de Tabla 3-11.

Propiedades materiales	
E_{0°	23.500 Mpa
E_{90°	8.500 Mpa
G	3.000 Mpa
ν_{12}	0.235

Tabla 4-15. Propiedades mecánicas del material de pultrusión.

A parte de las propiedades que aparecen en la Tabla 4-15 se han introducido en la definición del material todas las resistencias a compresión, tracción y cortante, necesarias para el uso del criterio LaRC04 del fallo fibra-matriz.

Condiciones de contorno y carga aplicada: Se ha limitado el desplazamiento en la superficie exterior izquierda de la mordaza, contraria dónde se aplica la carga de tracción. En esa parte, los nodos de la malla tendrán las limitaciones de movimiento que indica la siguiente condición de contorno:

$$x \equiv y \equiv 0$$

Se ha decidido aplicar las condiciones de contorno en el extremo de la mordaza para evitar la concentración de tensiones en la parte central de la probeta, objeto de estudio.

La carga de tracción se ha aplicado en la parte exterior derecha de la mordaza como una carga de contorno [N/mm]. El proceso fue el siguiente: se ha ido aumentando la carga hasta provocar el fallo por tracción, dictado por el criterio LaRC04, tanto en la fibra como en la matriz.

4.3.1.2 Resultados

La probeta rompe por fallo de tracción de las fibras en la zona central del elemento cuando se le aplica una carga exterior de **14.796 KN**. En la Figura 4-15 se muestra el campo de desplazamientos en la dirección de las fibras y de la carga aplicada.

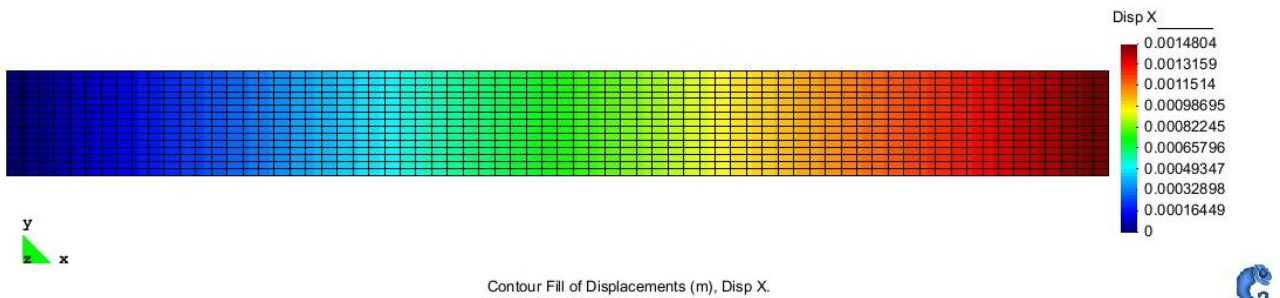


Figura 4-15. Campo de desplazamientos del modelo LON_6 en la dirección de las fibras bajo la carga de rotura.

La Figura 4-15 indica que el elemento sufre un desplazamiento máximo de 1,48 mm en el extremo donde se aplica la carga de tracción. En la Figura 4-16 se muestran las deformaciones de la lámina bajo la carga de rotura.

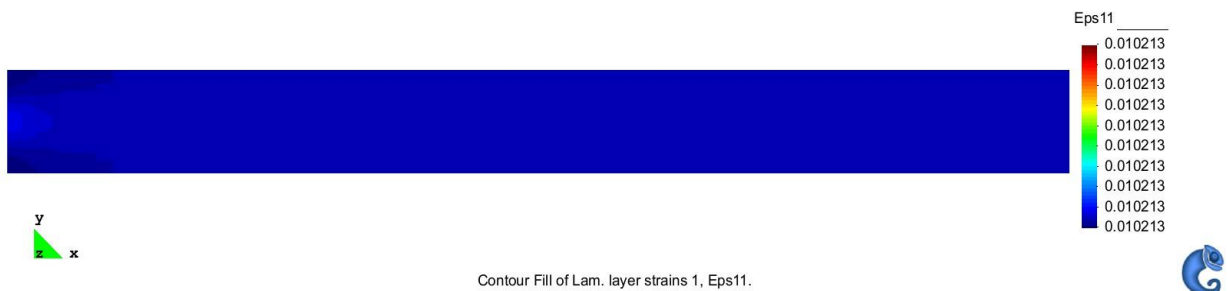


Figura 4-16. Deformación unitaria del material en la dirección de las fibras bajo la carga de rotura.

En el momento de la aplicación de la carga de rotura, la tensión en todos los puntos de la lámina es de 240 MPa, un valor uniforme, vista la geometría de la probeta. Con el valor de la deformación unitaria de la Figura 4-16 y la tensión ingenieril de 240 MPa, haciendo el cociente entre ellas se determina el módulo de elasticidad en la dirección de las fibras que resulta ser de 23.500 MPa, coincidiendo con el de la Tabla 4-15 de las propiedades del material.

Criterio rotura LaRC04: Al ser un ensayo de tracción pura, no se muestran los criterios por fallo de compresión ya que los valores de todos ellos son nulos.

LaRC04#1: Fallo de la matriz por tensión ($\sigma_{22} \geq 0$). La lámina no rompe por fallo de la matriz, pues este criterio depende básicamente de la tensión σ_{22} en la dirección perpendicular de las fibras, siendo ésta relativamente baja en comparación con las tensiones de la lámina en dirección de la carga.

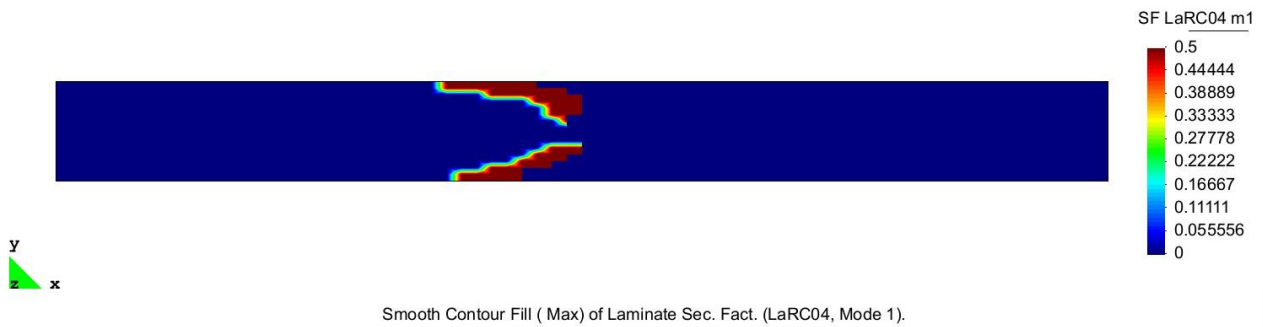


Figura 4-17. Distribución del factor LaRC04#3 ($m1$) de fallo de la matriz por tracción.

La Figura 4-17 muestra la distribución del criterio LaRC04#1 de fallo de la matriz bajo la carga de tracción de rotura. Se puede observar como en el momento que la lámina rompe por fallo en las fibras, la zona dónde la matriz está más debilitada se encuentra en el centro del elemento.

LaRC04#3: Fallo de las fibras por tensión ($\sigma_{11} \geq 0$). Como ya se ha comentado el material falla por tracción de las fibras de refuerzo. Este criterio viene definido por la ecuación 3.32 que relaciona la resistencia del material en la dirección de las fibras con la tensión ingenieril en esa misma dirección.

Los resultados indican que el factor llega a la unidad cuando la carga de tracción es de **14,796 KN**, es decir, con una tensión aplicada de 240 MPa, valor igual a la resistencia del material. Tiene sentido entonces que las fibras fallen en ese preciso instante.

4.3.1.3 Análisis de los resultados

La modelización del ensayo de tracción del laminado de la probeta LON_6 indica que la rotura de la lámina se produce por fallo por tensión en las fibras en la parte central para un valor de carga de tracción de **14,796 KN**.

El objetivo de la matriz en este tipo de materiales es el de mantener unidas las fibras, las cuales sí que son el verdadero elemento estructural del conjunto. Por ello, es sencillo pensar que, a medida que la matriz se vaya deteriorando, las fibras situadas dentro de esta zona irán perdiendo consistencia. Esta posible pérdida de unificación en la zona afectada debilita el conjunto y hace de ella una zona potencial de rotura del conjunto fibra-matriz. Es decir, el fallo del conjunto no solamente depende del fallo de las fibras, el comportamiento de la matriz tiene también un papel importante.

Exactamente es lo que ocurre en el modelo y en el ensayo experimental. La zona dónde la matriz está más debilitada dictamina la zona de rotura o delaminación. En el ensayo, tal y como se explicó en el apartado 4.1.1.1, la zona de delaminación coincide con la parte central de la probeta. Lo mismo ocurre en el modelo, donde el modo de fallo LaRC04#1 de la matriz, muestra los valores más grandes del factor en la parte central (ver Figura 4-17).

En el ensayo experimental se situaron unas bandas extensométricas en el punto medio de la probeta para determinar los desplazamientos y las deformaciones unitarias, con la finalidad

de obtener el módulo de elasticidad en la dirección de las fibras. Con el uso de la carga dinámica en el modelo, se ha podido medir también las deformaciones unitarias del punto medio para que sean comparadas con las de ensayo real.

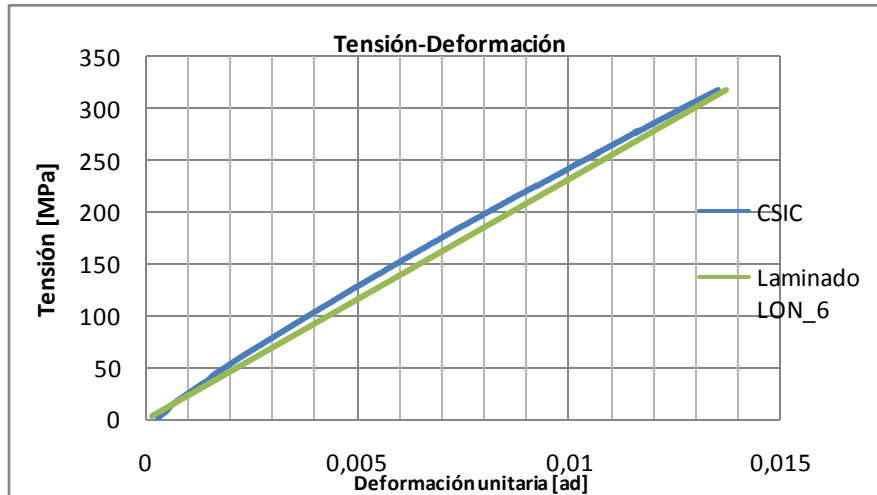


Figura 4-18. Gráfica Tensión-Deformación del punto medio de la probeta real y del modelo.

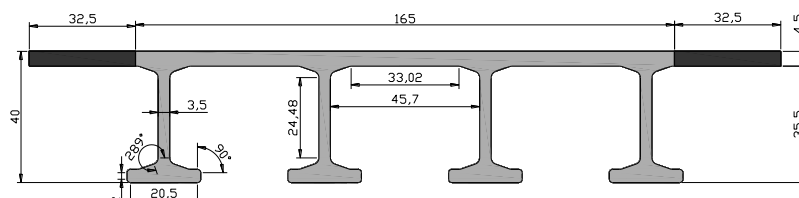
En la Figura 4-18 se puede observar la comparación entre el modelo y el ensayo real, dando constancia que el modelo da buenos resultados. El módulo de Young obtenido en el modelo es de aproximadamente 23.495 MPa muy parecido al valor de 23.500 MPa obtenido como media en el ensayo real, dando por buena esta aproximación y el calibrado del modelo.

4.3.2 Ensayo transversal

Habiendo ya calibrado el modelo del material de pultrusión con los ensayos de tracción longitudinal, el análisis se basa en comprobar que estas probetas cumplen con el mismo modo de rotura que las del ensayo real y que las tensiones de rotura se encuentran entre los mismos valores. Viendo que en el ensayo efectuado por el IETcc no hay ninguna probeta que haya sido ensayada con bandas extensométricas ni ningún otro modo que aporte información adicional, se modeliza una probeta con unas características geométricas medias y se va incrementando la carga de tracción hasta que alguno de los criterios de fallo de LaRC04 indique el fallo.

4.3.2.1 Características del modelo

Geometría del ensayo: Las Figura 4-19 muestra la geometría original de la probeta ensayada. La parte más oscura corresponde a la parte de la mordaza que está presionada por la prensa.



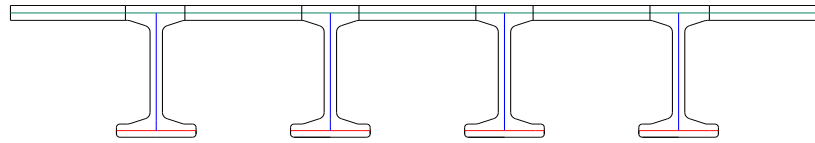


Figura 4-19. Geometría del modelo de tracción transversal del laminado

En el modelo de láminas que se está usando, esta geometría no es posible. Por ello, se efectúa la simplificación común en estos casos que es utilizar las líneas medias para crear las láminas que conformarán el modelo. Según la geometría se definen tres tipos de láminas diferenciadas por el espesor:

Lámina Horizontal Superior: 13 láminas pertenecientes al ala superior de la probeta. Las dos láminas exteriores son las mordazas que servirán para aplicar las condiciones de contorno y cargas correspondientes 2 de (32.5x20x4.5). Las 11 restantes son las objeto del estudio: 6 de (8x20x4.5)mm³, 3 de (33x20x4.5)mm³ y 2 de (9x20x4.5)

Lámina vertical: 4 láminas correspondientes a las almas. Tienen unas dimensiones de (20x35.75x3.5) mm³.

Lámina Horizontal Inferior: correspondientes a las 4 bases. Són 8 láminas de (11.25x20x4) mm³.

Propiedades del material: En este modelo es importante la definición de la dirección de las fibras y de su perpendicular en cada uno de los tres tipos de láminas. Las propiedades materiales del modelo se indican en la Figura 4-20. Los valores de la resistencia a cortante y del coeficiente de Poisson son los mismos que en el modelo longitudinal (ver Tabla 4-15).

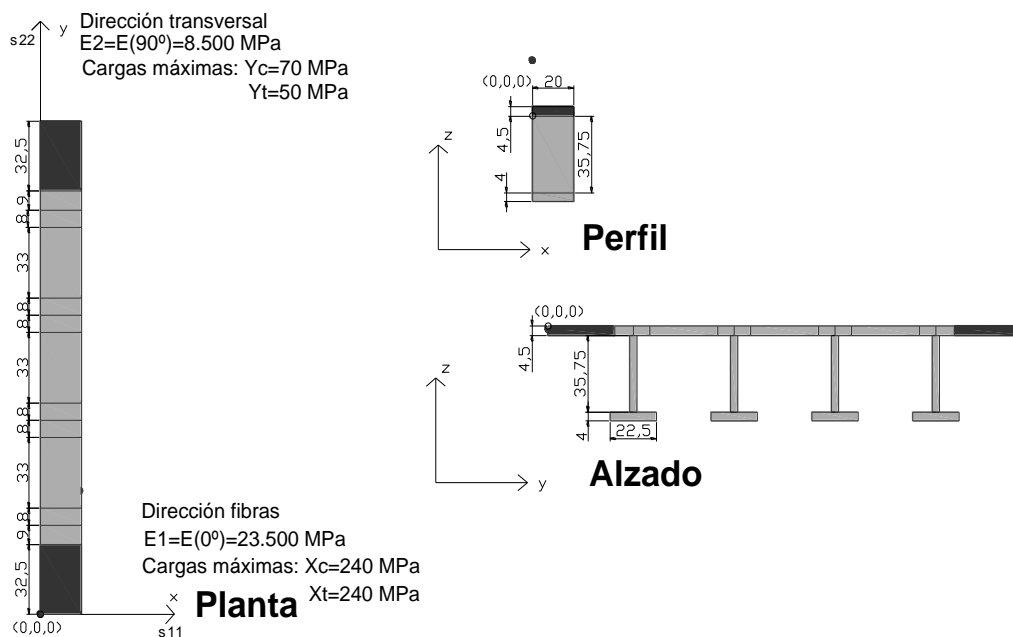


Figura 4-20. Propiedades materiales del modelo de tracción transversal

Las dos láminas de los extremos de color más oscuro son las correspondientes a la mordaza, es decir, la parte de la probeta que está en contacto con la prensa. Éstas tienen las mismas propiedades materiales que las otras y sirven para evitar la concentración de tensiones causadas por la limitación de desplazamientos de las condiciones de contorno.

Condiciones de contorno y carga aplicada: Se aplican las condiciones de contorno en la zona de la mordaza inferior (Origen de coordenadas en la Figura 4-20), contraria dónde se aplica la carga de tracción. En esa parte, los nodos de la malla tendrán las limitaciones de movimiento que indica la condición de contorno siguiente:

$$x \equiv y \equiv z \equiv \theta_x \equiv \theta_y \equiv \theta_z = 0$$

La carga de tracción se ha aplicado en mordaza superior (en Planta) como una carga de contorno [N/mm] en la dirección transversal (ver Figura 4-20). El procedimiento es el mismo que en el modelo longitudinal.

4.3.2.2 Resultados

El modelo indica que la probeta rompe bajo una carga de tracción de **5,01KN** por fallo en la matriz. La zona de rotura es el alma de los perfiles T, coincidiendo con los ensayos experimentales.

La Figura 4-21 muestra la distribución de desplazamientos en la probeta bajo la carga de rotura. Se observa como el máximo desplazamiento en la dirección de la carga es de 1,076 mm en su punto de aplicación.

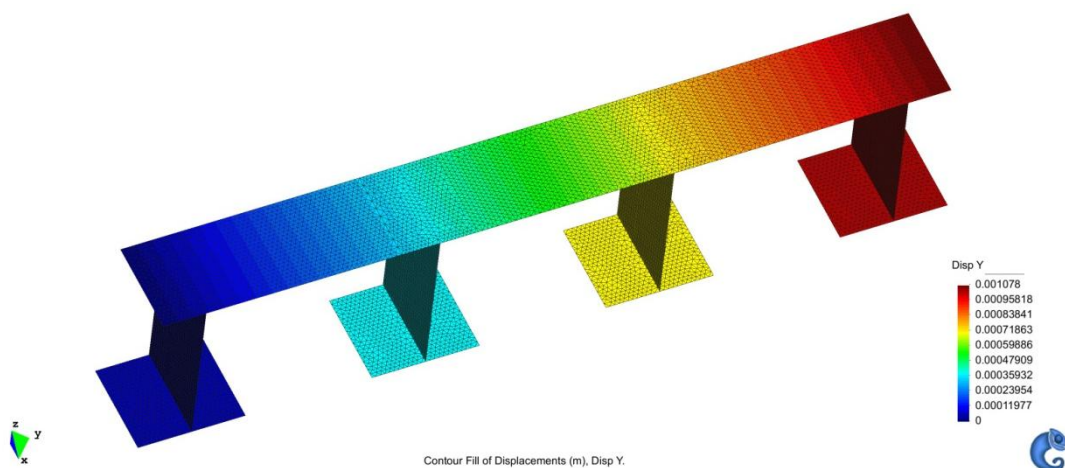


Figura 4-21. Campo de desplazamientos en la dirección Y bajo la carga de rotura.

En la Figura 4-22 se observa como en las esquinas de las conexiones entre las alas y las almas, las tensiones en la dirección de la carga alcanzan sus valores más altos. Estas zonas son las que están más expuestas a la rotura y en la figura se observa un tono más oscuro.

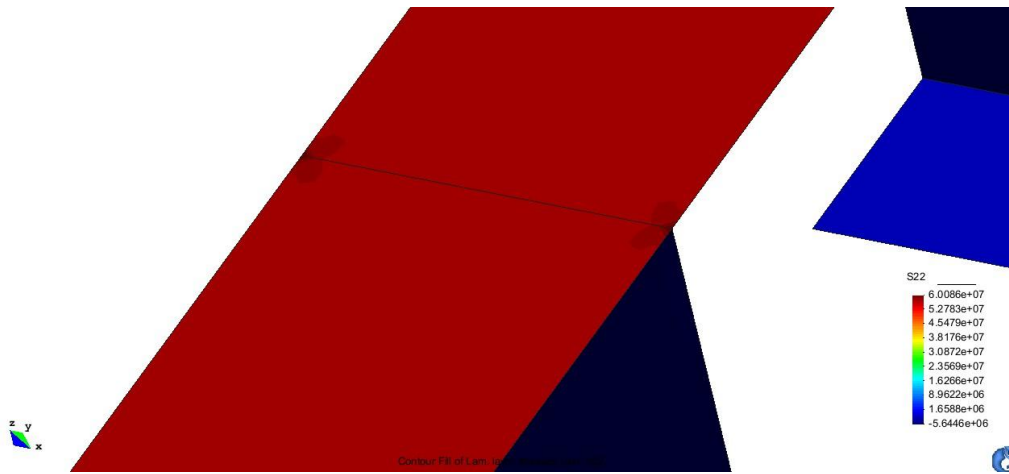


Figura 4-22. Tensiones S22 bajo al carga de rotura en la conexión a la-alma.

Para analizar el modo de fallo y la zona dónde se produce, se determinan los valores del criterio de rotura LaRC04.

Criterio rotura LaRC04: Al ser un ensayo de tracción pura, no se muestran los criterios por fallo de compresión porque en la modelización y tal como se esperaba dieron valores nulos todos ellos.

LaRC04#1: Fallo de la matriz por tensión ($\sigma_{22} \geq 0$). En el momento que la carga aplicada es de 5 KN, la matriz falla y el material se descompone. El hecho que la matriz llegue al fallo antes que las fibras tiene una explicación: la resistencia a tracción en la dirección transversal (dirección de aplicación de la carga de 5KN) es de 50 MPa, mientras que en la dirección de las fibras es de 240 MPa.

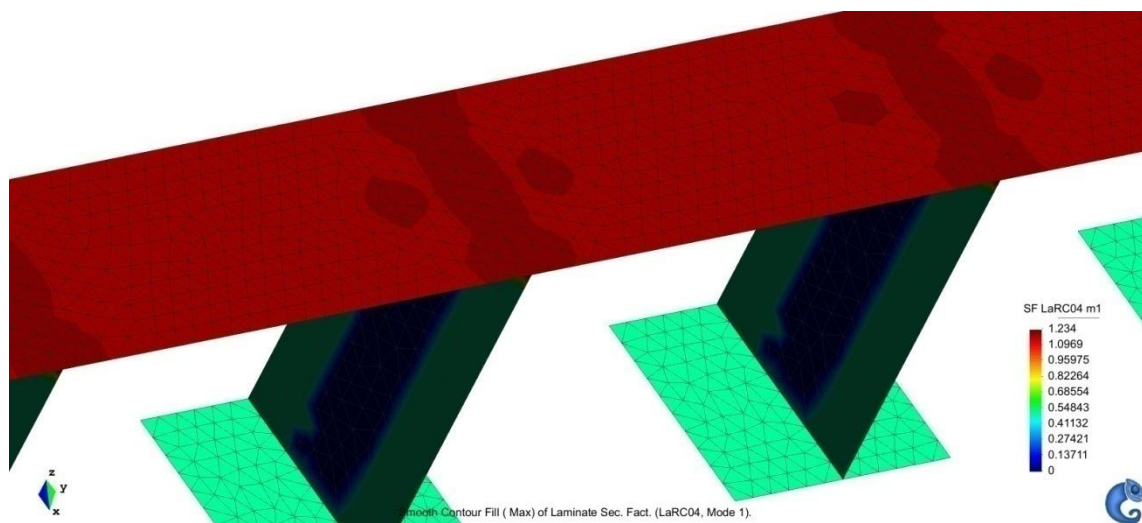


Figura 4-23. Distribución LaRC04#1: rotura de la matriz en la zona ala-alma.

Como se observa en la Figura 4-23, la zona dónde se produce el fallo tal y como se comentó antes es la zona de conexión de las alas con las distintas almas. La discontinuidad geométrica existente debilita las propiedades del conjunto y facilita la rotura. La concentración de tensiones que aparece es debida en parte a la simplificación por láminas que se ha tomado. En la probeta real, dichas concentraciones existen pero no son tan significantes.

La función de la matriz se basa en mantener juntas las fibras y aportar consistencia al conjunto. Cuando falla, la zona afectada empieza a no tener continuidad y los esfuerzos no se transmiten, perdiendo resistencia y provocando el fallo. Por mucho que las fibras tengan una resistencia muy alta, sin un buen funcionamiento de la matriz, no se les puede exigir todo su potencial estructural.

LaRC04#3: Fallo de las fibras por tensión ($\sigma_{11} \geq 0$). Los valores obtenidos para este modo de fallo son muy pequeños, básicamente porque la carga de tracción no se aplica en la dirección de las fibras. Sin embargo, tal y como se puede observar en la Figura 4-24, los valores más altos del factor se encuentran en la zona de rotura ya comentada.

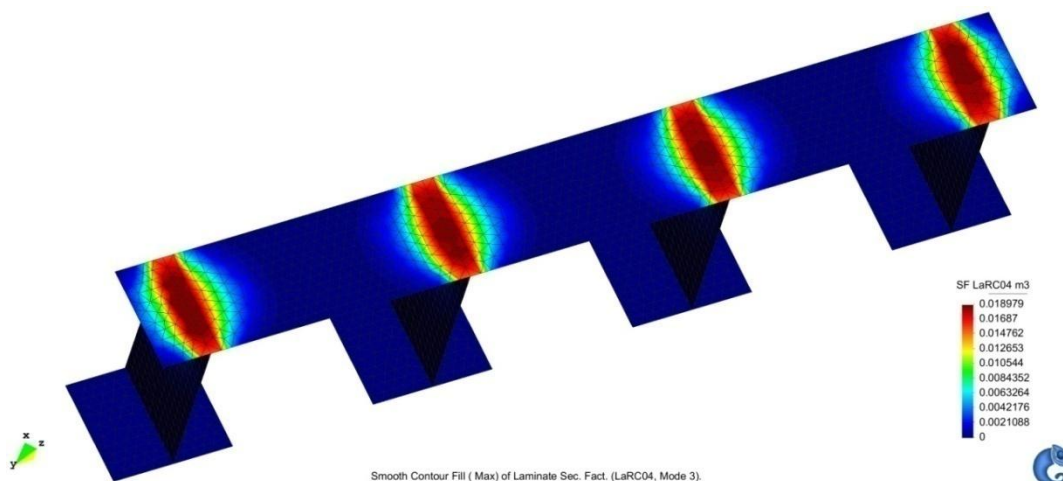


Figura 4-24. Distribución LaRC04#3 bajo carga de rotura.

4.3.2.3 Análisis de los resultados

La modelización del ensayo de tracción del laminado transversal indica que la rotura de la lámina se produce por fallo por tensión de la matriz siempre coincidiendo con la posición de una de las almas. Tanto la zona como la forma de fallo parecen coincidir con los resultados obtenidos en el ensayo experimental del IETcc como ya se explicó en el apartado 4.1.1.2.

Parece tener sentido el modo de rotura por fallo de la matriz, pues la carga se aplica en la dirección perpendicular a las fibras que tiene poca resistencia de tracción (50MPa). La matriz no tiene una función explícitamente resistente en el conjunto, sino que su objetivo es solamente mantener unidas las fibras y dar continuidad al compuesto.

Los valores obtenidos de LaRC04#3 correspondiente al fallo de las fibras por tracción son muy bajos. Este hecho es debido a dos factores principalmente: el primero es que la resistencia en dicha dirección a tracción es de 240MPa y la segunda que la carga está aplicada

en la dirección perpendicular. No es de extrañar entonces que el fallo no se produzca a partir de la rotura de las fibras a tracción.

4.4 Modelización de las uniones mecánicas

El objetivo de este apartado es modelizar las uniones mecánicas del material pultrusionado y verificar los ensayos experimentales de uniones, determinando los valores de las cargas últimas y su modo de fallo.

4.4.1 Características del modelo

Geometría del ensayo: Se modelizan las cuatro probetas descritas en 4.1.2: UNI_4_50, UNI_4_35, UNI_2_35 y UNI_2_180. De la misma manera que en el modelo transversal se utilizaba el método de las láminas, aquí también se ha hecho, utilizando las mismas características de espesor que se indicaban en el apartado 4.3.2.1, teniendo en cuenta que la probeta del ensayo transversal se extrae de estos paneles.

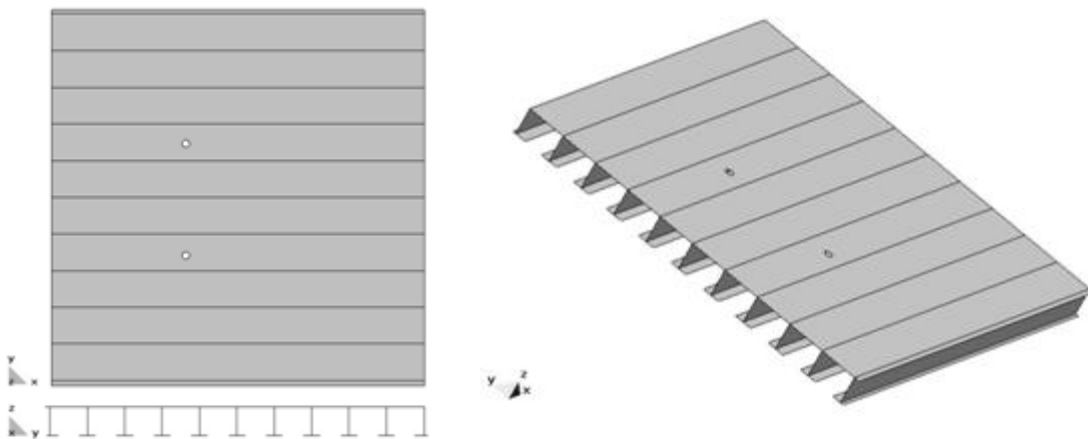


Figura 4-25. Modelo de UNI_2_180.

La parte inferior del panel no aparece, tal y como se ve en la Figura 4-25, pues se han aplicado las condiciones de simetría en el plano x-y. En estos paneles, la dirección de la pultrusión está definida por el eje X y la transversal por el Y.

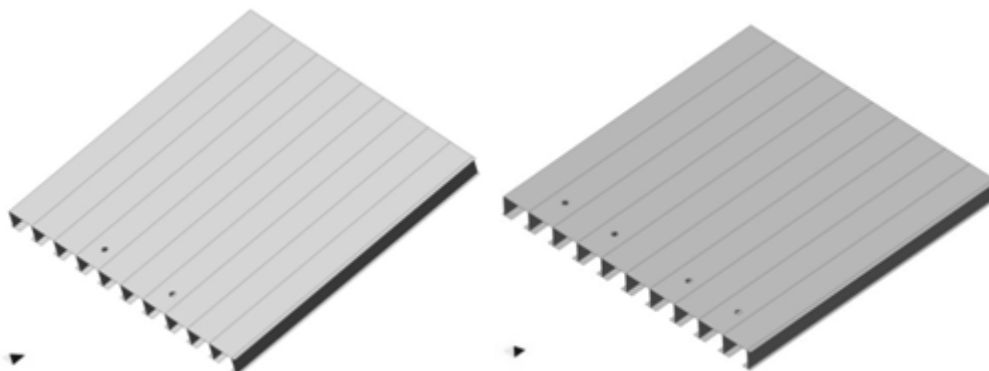


Figura 4-26. Modelos UNI_2_35 y UNI_4_50

Propiedades del material: Las propiedades del material son las mismas que en el modelo transversal y que define la Tabla 4-15. La Figura 4-27 muestra las direcciones principales de las probetas y la dirección de la carga de tracción.

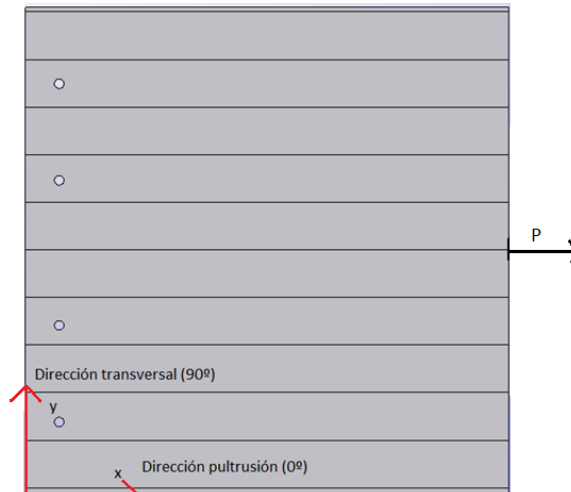


Figura 4-27. Direcciones principales en el modelo UNI_4_35.

Condiciones de contorno y cargas: En este modelo, se han decidido usar condiciones de contorno radiales en la parte del agujero que entra en contacto con el tornillo en el ensayo real. Se cree que son las condiciones de contorno que más se acercan a la realidad.

En la Figura 4-28 se pueden observar dichas condiciones en una de las conexiones y como impiden el movimiento del tornillo en el sentido opuesto de la aplicación de la carga.

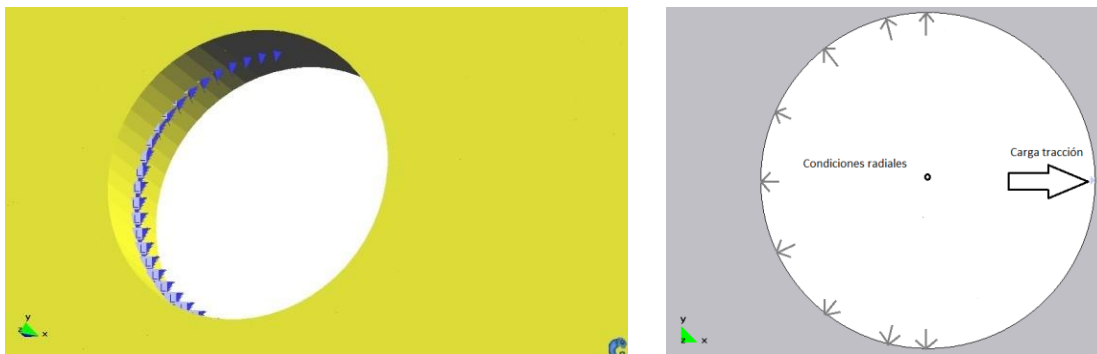


Figura 4-28. Condiciones de contorno en los tornillos.

Se han usado también las condiciones de contorno aplicadas a las superficies inferiores para simular la simetría en el plano x-y. Estas condiciones son restringir el desplazamiento en z y los giros en las otras dos direcciones. La carga de tracción se ha aplicado en el extremo opuesto de las conexiones tal y como indica la Figura 4-27 en modo de presión de contorno [N/mm] específico del modelo de láminas en Ramseries.

4.4.2 Resultados

El primer paso es comentar los resultados de las 4 probetas relacionados con los criterios LaRC04. Las cuatro probetas cumplen el criterio LaRC04#3 antes que otro, es decir, las cuatro probetas, independientemente de sus limitaciones geométricas fallan por tensión en las fibras en la zona más cercana al agujero.

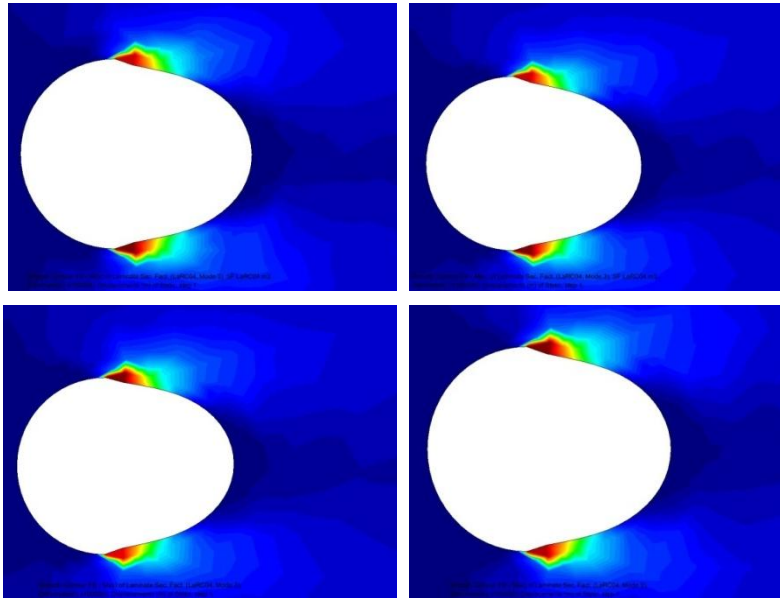


Figura 4-29. LaRC04#3 para UNI_4_50, UNI_4_35, UNI_2_35 y UNI_2_180 (de arriba abajo y de izquierda a derecha)

Se puede observar en la Figura 4-29 como la zona dónde las fibras fallan por tracción son las fronteras con los puntos de contacto con el tornillo. Las zonas coloreadas en rojo los puntos del elemento dónde el refuerzo empieza a fallar bajo las cargas mostradas en la Tabla 4.16.

Cargas de rotura para LaRC04#3			
UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_180	UNI_2_35
13,5 KN	9 KN	6 KN	6,5 KN

Tabla 4-16. Cargas de tracción de rotura aplicadas en los paneles.

Los valores de la Tabla 4-16 no indican el fallo por desgarre o por aplastamiento del material, lo que están indicando para cada una de las probetas, es la zona dónde el material empieza a debilitarse, es decir, el punto del elemento dónde se alcanza la tensión de rotura de las fibras.

En la Figura 4-30 se muestran las tensiones S11 (dirección de las fibras) que provocan el fallo del refuerzo bajo las cargas de la Tabla 4-16. Se observa como la zona más tensionada

coincide con las del criterio LaRC04#3 (ver Figura 4-29). Es un resultado coherente teniendo en cuenta que la carga está aplicada en la dirección longitudinal y que en esa zona en concreto, el tornillo limita en cierto modo el desplazamiento y como consecuencia provoca un aumento de las tensiones.

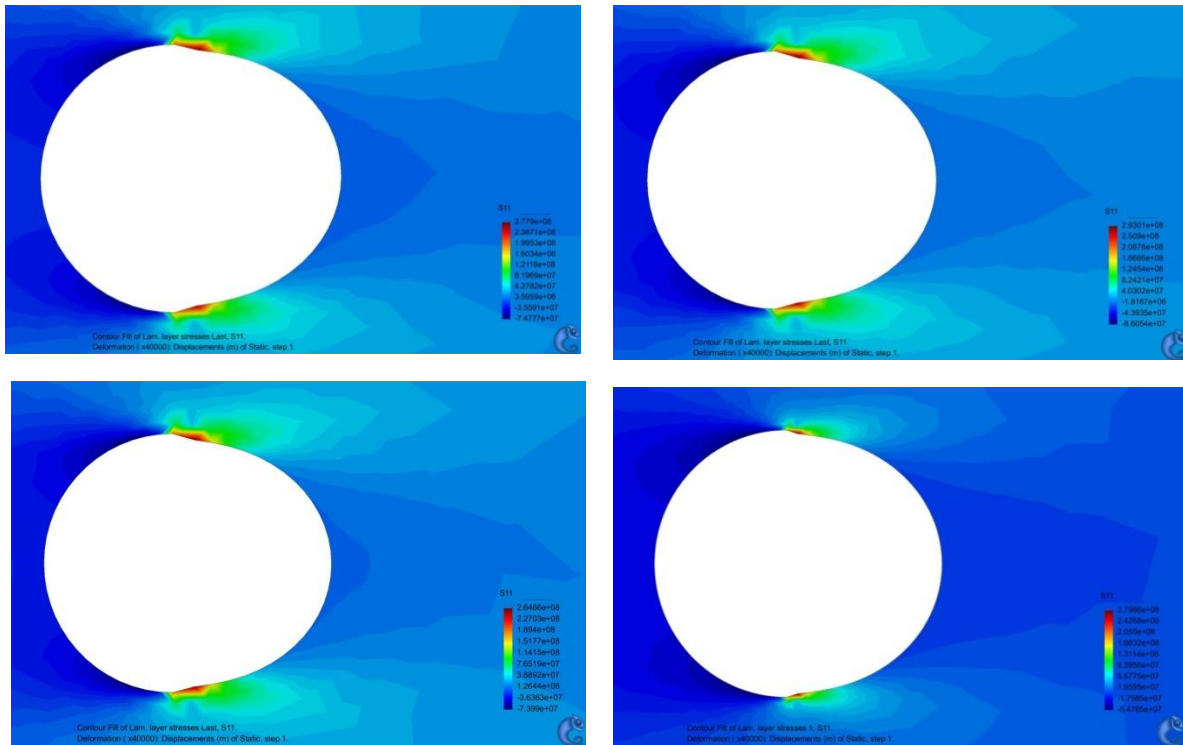


Figura 4-30. Tensiones S_{11} para UNI_4_50, UNI_4_35, UNI_2_35 y UNI_2_180.

Debido a la complejidad del fallo de las uniones mecánicas, no es suficiente basar el análisis solamente en el criterio LaRC04, sino que éste debe servir como un concepto orientativo de la base del problema. Las Figuras 4-29 y 4-30 indican la zona donde el material empieza a fallar y donde se inicia la propagación de la rotura por desgarre hacia el borde de la lámina.

Si se analiza la ecuación 3.51 de fallo por desgarre propuesta por Collings [18], se observa que, para determinar si una conexión rompe según este criterio, es necesario evaluar las tensiones tangenciales en las secciones tangentes al agujero del tornillo y ver si el valor medio de estas, alcanza la resistencia a cortante del material de $f_s = 25 \text{ MPa}$.

En el siguiente estudio se analizan las tensiones tangenciales de las probetas UNI_4_50, UNI_2_35 y UNI_4_35 bajo los valores de las cargas de rotura obtenidos en los ensayos experimentales (ver Tabla 4-3) para ver si éstas son suficientes para provocar el fallo por cortante en las conexiones. En el caso que las tensiones tangenciales medias en las secciones no alcancen el valor de rotura o lo sobrepasen, se determinará el valor de la carga en cuestión que provoque el desgarre del material.

1) Probeta UNI_4_50

Se modeliza la probeta bajo una carga de tracción de valor 40KN, la mitad del valor de la carga que aparece en la Tabla 4-3, pues como ya se ha comentado, se aprovecha la simetría en el plano x-y. Según los ensayos, dicha carga provocaba el desgarre de las conexiones

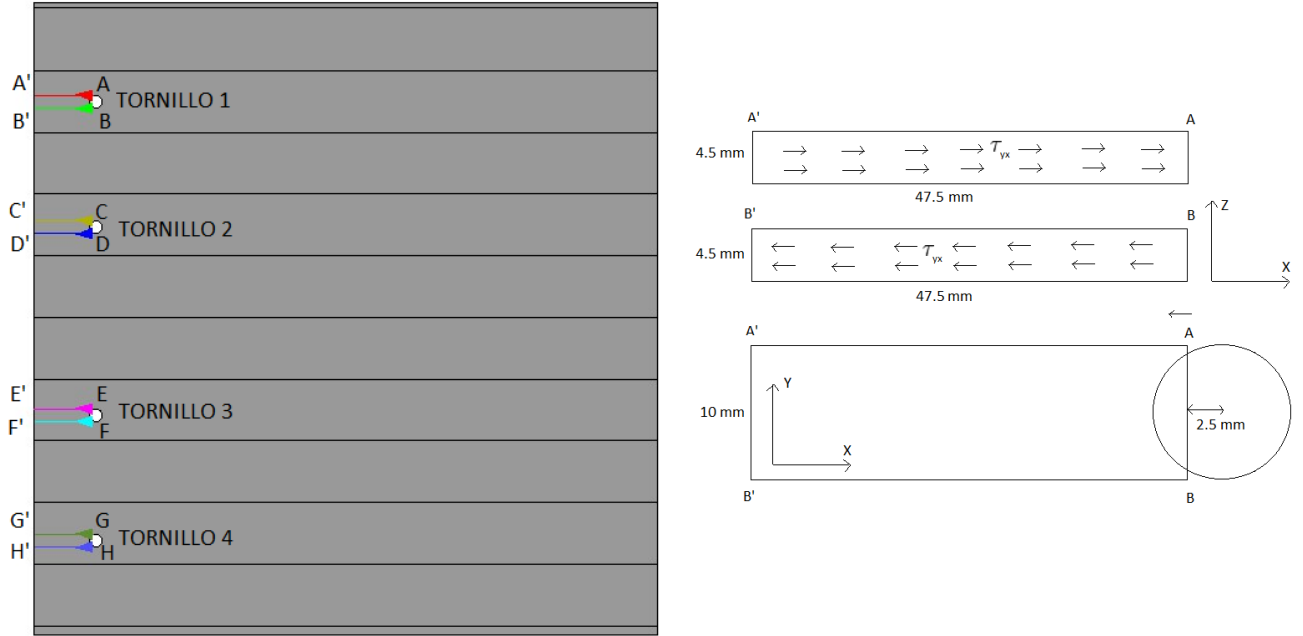


Figura 4-31. Secciones de UNI_4_50 a analizar para el fallo de desgarre

En la Figura 4.31 se muestran las diferentes secciones donde deben analizarse las tensiones tangenciales. Las secciones de estudio van desde el borde de la lámina hasta el punto distante 2.5 mm del eje de la conexión; porque en la zona más cercana a este, existe una concentración de tensiones tangenciales debido al tornillo que no se cree conveniente tener en cuenta en el cálculo de la tensión media de la sección.

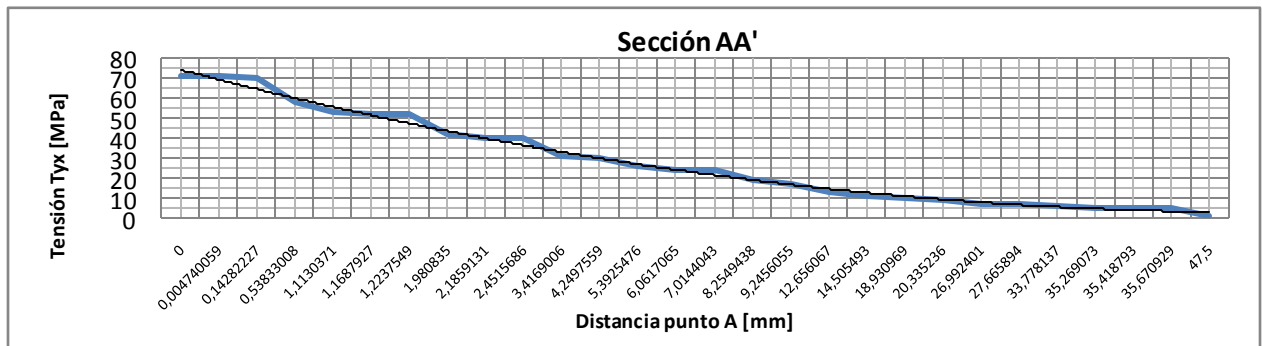


Figura 4-32. Tensiones tangenciales en la sección AA' del Tornillo 1 de UNI_4_50.

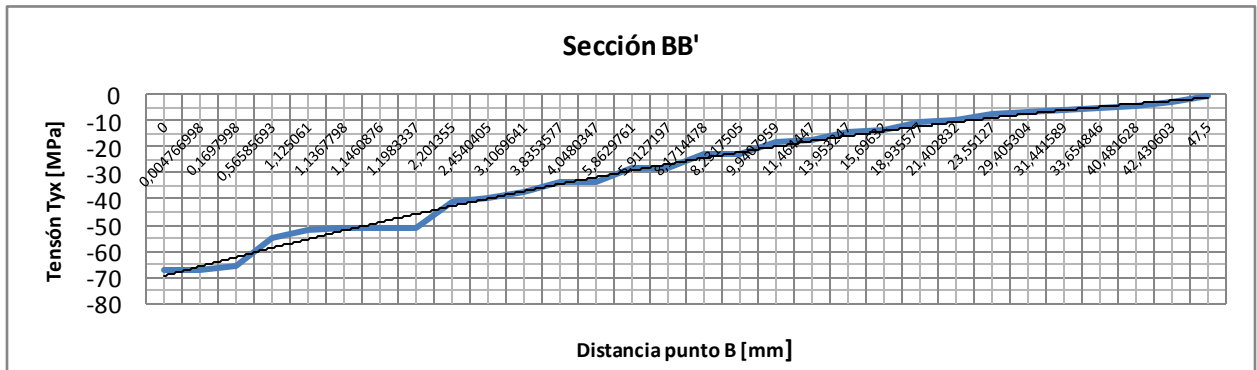


Figura 4-33. Tensiones tangenciales en la sección BB' del Tornillo 1 de UNI_4_50

Como se puede observar en las Figuras 4-32 y 4-33, los valores en los puntos más cercanos al agujero son muy elevados, presentando picos de tensiones. A medida que el análisis se aleja de la conexión, dichas tensiones van disminuyendo hasta alcanzar un valor nulo en el borde de la lámina. Para evitar los dos extremos de valores y obtener una tensión tangencial media de la sección se procede a hacer una integración de la curva a lo largo de los 47,5 mm de longitud de la sección.

Una vez obtenidas las tensiones tangenciales para todas las secciones se procede a integrar los valores para determinar la tensión tangencial media en ellas y poder comparar con el valor de la resistencia a cortante del material. La tabla 4-17 muestra estos valores para cada una de las secciones de la Figura 4-31.

Tensiones tangenciales Medias $\tau_{y,x}$ [Mpa]							
TORNILLO 1		TORNILLO 2		TORNILLO 3		TORNILLO 4	
AA'	BB'	CC'	DD'	EE'	FF'	GG'	HH'
24,04	17,99	20,77	18,45	18,58	18,7	20,9	21,022

Tabla 4-17. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_50.

De la tabla anterior se puede analizar que ninguna de las secciones que delimita la conexión mecánica alcanza el valor de 25 MPa. Es decir, teniendo en cuenta solamente el fallo por desgarro sin ningún debilitamiento del material, la carga de tracción de 40KN parece no ser suficiente para provocar el desgarro de la zona anterior de la conexión.

Aumentando dicha carga se ha determinado que la carga de tracción que produce el desgarro de la probeta UNI_4_50 según la modelización es de **52,5 KN** aproximadamente. Para este valor de la carga de tracción aplicada, las tensiones tangenciales de las secciones de la Figura 4-31 alcanzan valores medios muy próximos a la resistencia de cortante.

Tensiones tangenciales Medias $\tau_{y,x}$ [Mpa]							
TORNILLO 1		TORNILLO 2		TORNILLO 3		TORNILLO 4	
AA'	BB'	CC'	DD'	EE'	FF'	GG'	HH'
26,5	24,1	26,9	24,4	24,43	24,94	24,1	26,8

Tabla 4-18. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_50 en el desgarre del material.

Como se observa en la Tabla 4-18, los valores de las tensiones tangenciales medias en cada una de las secciones tangentes a la conexión alcanzan el valor límite de la resistencia a cortante del material. Este hecho, según la ecuación 3.51, es motivo suficiente para afirmar el desgarre del material debido a la carga transmitida por el tornillo.

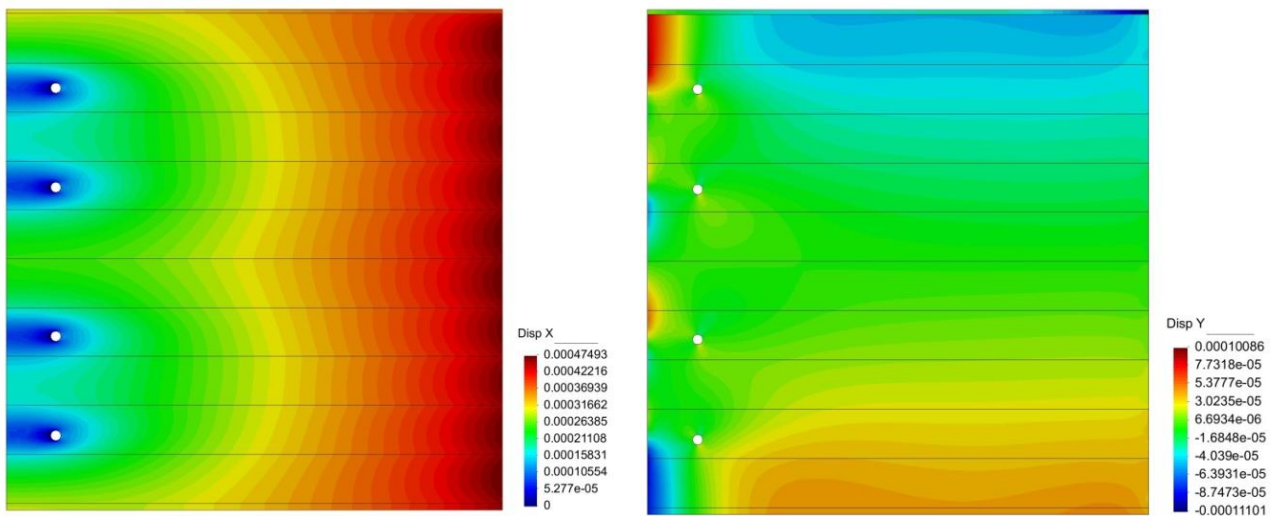


Figura 4-34. (a) Desplazamientos en dirección X y (b) desplazamientos en dirección Y.

El valor de la carga última de 54 KN es referente al panel, por lo tanto, para obtener la carga que provoca el desgarre en cada una de las conexiones se divide el valor entre cuatro.

Por lo tanto, la modelización de la probeta UNI_4_50 determina que la carga máxima a tracción que soporta una conexión mecánica con 4.5 mm de espesor de lámina y 10 mm de diámetro es de **13,125 KN** hasta el desgarre.

Si se compara este valor de carga última en la conexión con el obtenido en el ensayo experimental de **10 KN**, parece ser que el modelo numérico muestra un cierto incremento de la capacidad del material. Sin embargo, se ha verificado el fallo por desgarre del ensayo UNI_4_50 con un valor de carga última un 31,25% mayor.

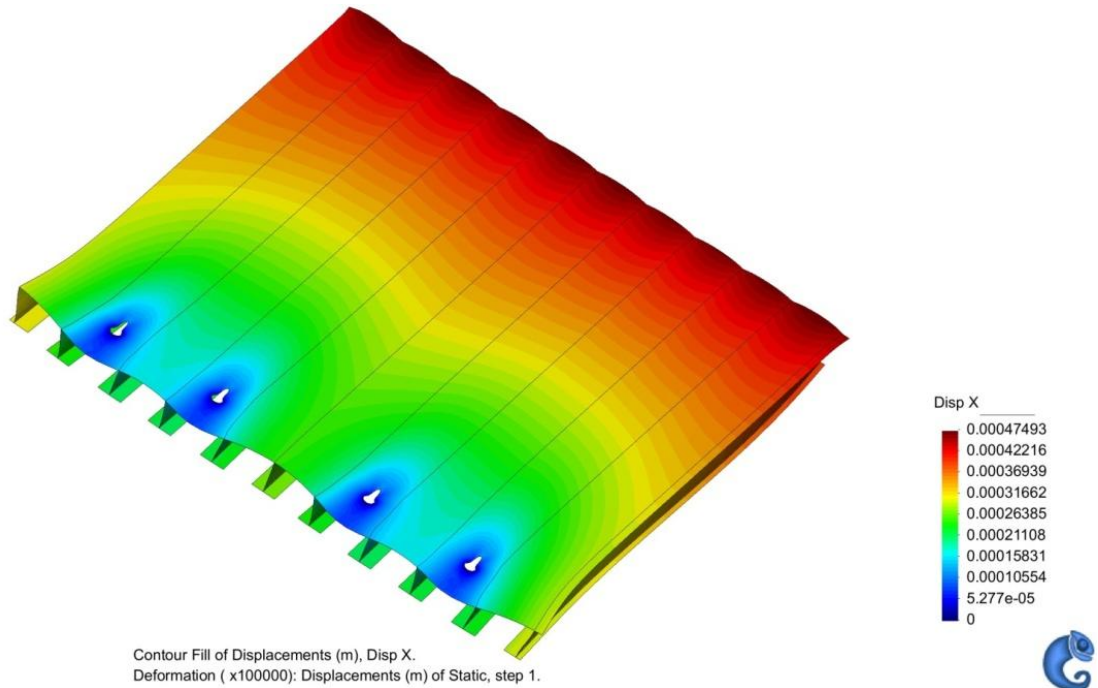


Figura 4-35. Deformada de la probeta UNI_4_50 bajo la carga última de rotura.

2) Probeta UNI_4_35

Se procede de la misma manera que la probeta UNI_4_50, pero ahora con una carga inicial de rotura de 36 KN.

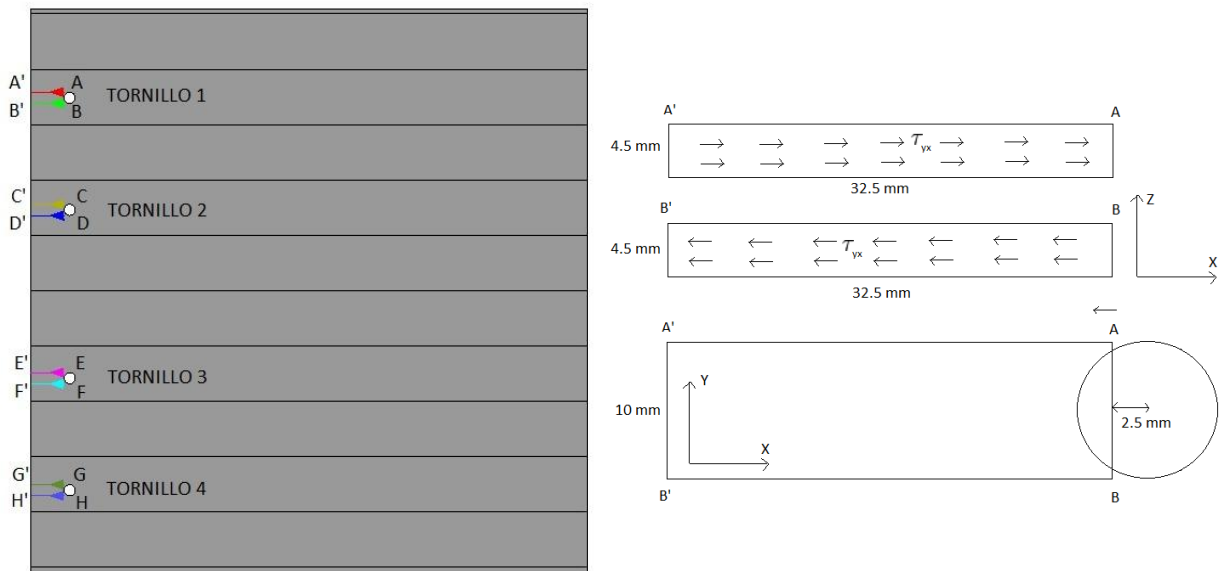


Figura 4-36. Secciones de UNI_4_35 a analizar para el fallo de desgarre

En las Figuras 4-37 y 4-38 se muestra la evolución de la tensión tangencial a través de las secciones del tornillo más solicitado de la probeta.

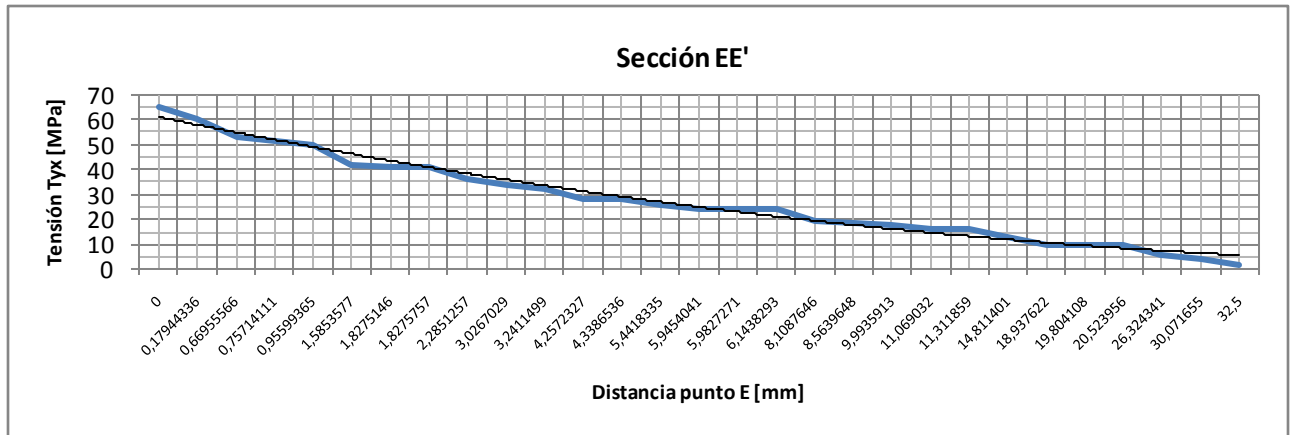


Figura 4-37. Tensiones tangenciales en la sección EE' del Tornillo 3 de UNI_4_35.

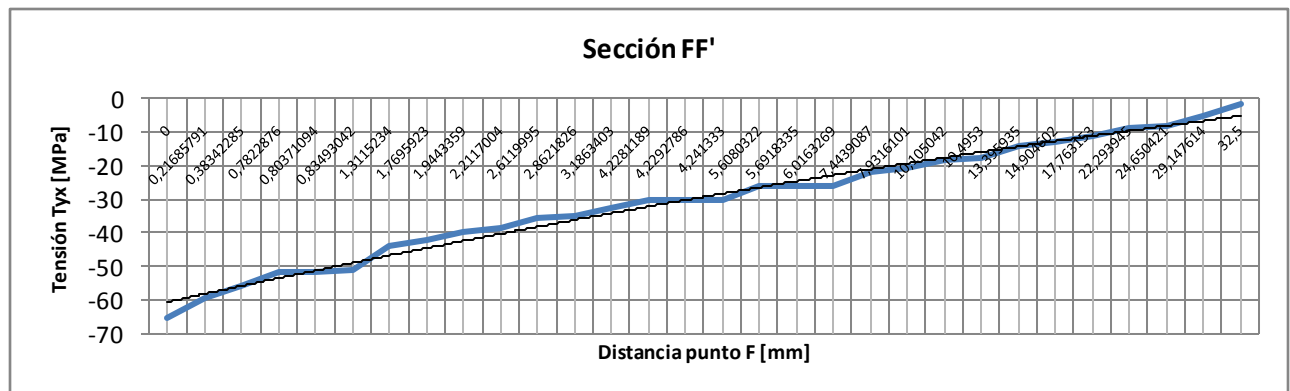


Figura 4-38. Tensiones tangenciales en la sección FF' del Tornillo 3 de UNI_4_35.

De la misma forma que ocurre en la probeta UNI_4_50 analizada anteriormente, las tensiones tangenciales de los puntos cercanos a la conexión son muy elevadas. A medida que se acerca al borde de la lámina, los valores de dichas tensiones tienden a valor 0.

Al igual que en el caso anterior se ha procedido a integrar las tensiones tangenciales en las secciones y obtener el valor medio de estas. Entonces, bajo un carga de 36 KN, los valores de las tensiones tangenciales medias en las secciones se presentan en la Tabla 4-19.

Tensiones tangenciales Medias $\tau_{y,x}$ [Mpa]							
TORNILLO 1		TORNILLO 2		TORNILLO 3		TORNILLO 4	
AA'	BB'	CC'	DD'	EE'	FF'	GG'	HH'
25,72	26,58	24,88	26,62	26,29	28,9	24,7	27,52

Tabla 4-19. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_35.

Observando la Tabla 4-19, se observa que a diferencia de la probeta UNI_4_50, las tensiones tangenciales medias bajo la carga de tracción determinada en los ensayos alcanzan y sobrepasan el valor de la resistencia a cortante del material de 25 MPa. Este resultado sugiere que la carga última para evitar el desgarro del material es ligeramente inferior a estos **36 KN**. Por ello, se rebaja la carga de tracción hasta dar con la límite que provoque tensiones medias iguales o algo inferiores a la resistencia de cortante.

Tensiones tangenciales Medias τ_{yx} [Mpa]							
TORNILLO 1		TORNILLO 2		TORNILLO 3		TORNILLO 4	
AA'	BB'	CC'	DD'	EE'	FF'	GG'	HH'
24,6	25,4	24,4	25,8	25,2	26,8	24,2	26,2

Tabla 4-20. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_35 en el desgarre del material.

La carga de tracción que provoca el desgarre de la probeta UNI_4_35 según la modelización es de **32,5 KN** aproximadamente. Para este valor de la carga de tracción aplicada, las tensiones tangenciales de las secciones se pueden observar en la Tabla 4-20.

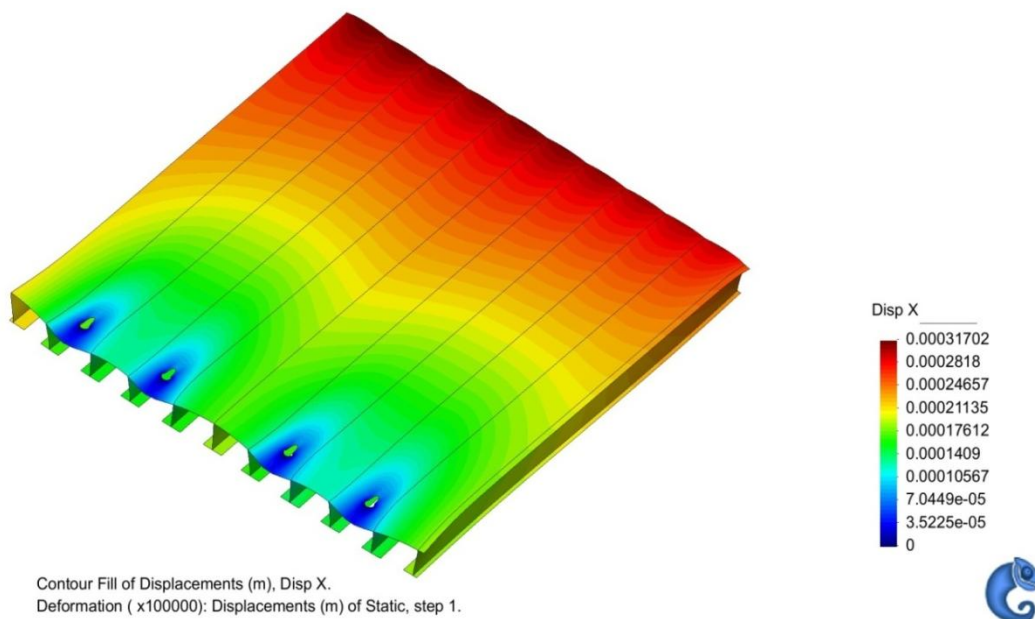


Figura 4-39. Deformada de la probeta UNI_4_35 bajo la carga última de rotura.

Por lo tanto, la modelización de la probeta UNI_4_35 determina que la carga máxima a tracción que soporta una conexión mecánica con 4.5 mm de espesor de lamina y 10 mm de diámetro es de **8,125 KN** hasta el desgarre. Si se compara este valor de carga última en la conexión con el obtenido en el ensayo experimental de **9,025 KN**, parece ser que con el modelo numérico la carga última de la conexión es esta vez inferior.

3) Probeta UNI_2_35

Se procede de la misma manera que los anteriores modelos, pero ahora con una carga inicial de rotura de 27,4 KN.

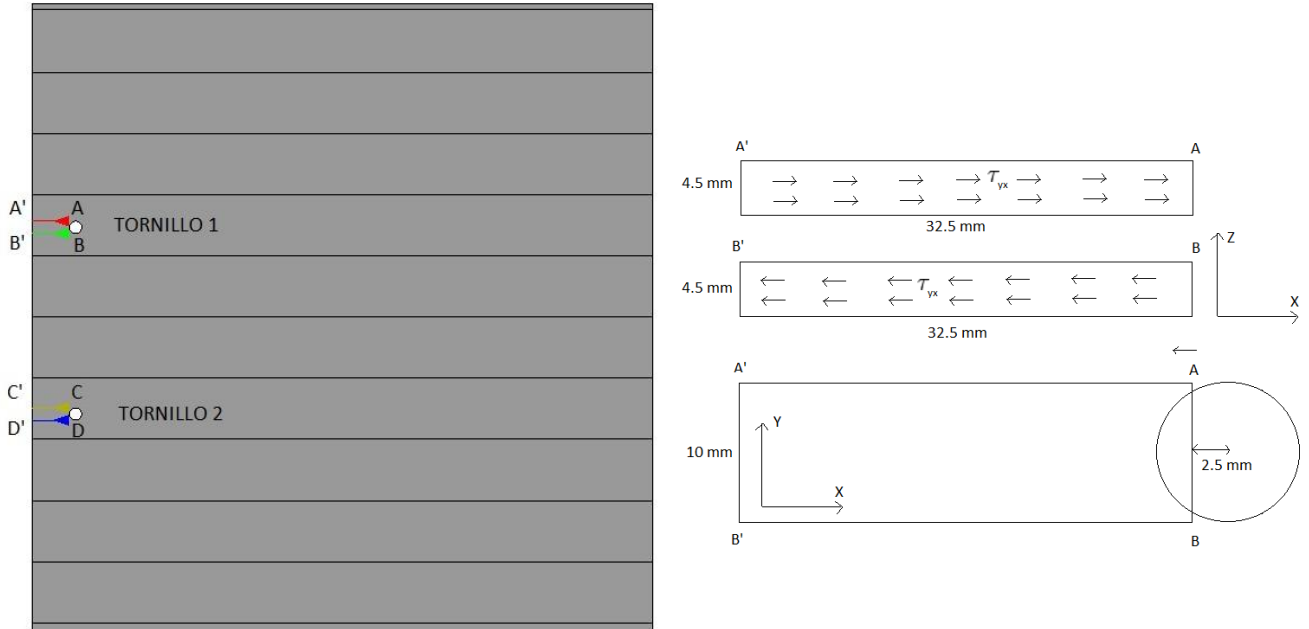


Figura 4-40. Secciones de UNI_2_35 a analizar para el fallo de desgarre.

En las Figuras 4-41 y 4-42 se muestra la evolución de las tensiones tangenciales a lo largo de las secciones del primer tornillo.

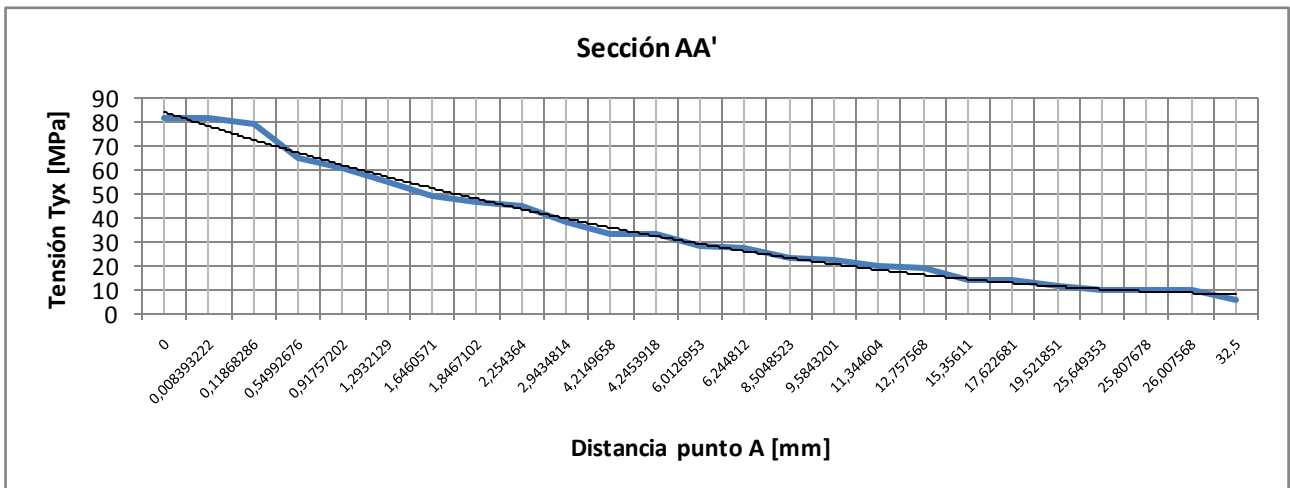


Figura 4-41. Tensiones tangenciales en la sección AA' del Tornillo 1 de UNI_2_35.

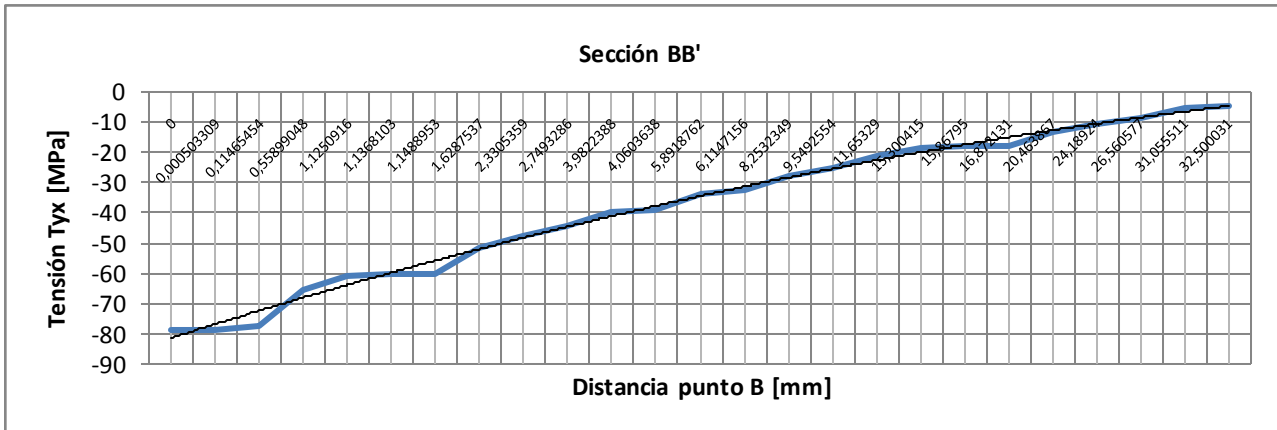


Figura 4-42. Tensiones tangenciales en la sección BB' del Tornillo 1 de UNI_2_35.

La Tabla 4-21 muestra las tensiones tangenciales medias de cada una de las secciones de la probeta:

Tensiones tangenciales Medias $\tau_{y,x}$ [Mpa]			
TORNILLO 1		TORNILLO 2	
AA'	BB'	CC'	DD'
30,58	29,11	27,62	29,25

Tabla 4-21. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_35.

Se observa en la Tabla 4-21 que las tensiones tangenciales medias en las secciones de rotura bajo la carga de tracción de 27,4 kN son superiores a la resistencia de cortante del material. Es decir, el desgarro del material se produciría con una carga inferior a la determinada en los ensayos experimentales. Por ello y al igual que en el modelo de la probeta UNI_4_35 se procede a disminuir la carga de tracción exterior para determinar el valor de carga que provoque unas tensiones medias más próximas a 25 MPa en todas las secciones.

La carga de tracción límite que provoca el desgarro de la probeta UNI_2_35 según la modelización es de **23,75 kN**. Para este valor de carga, las tensiones tangenciales de las secciones de la Figura 4-40 alcanzan valores medios muy próximos a 25 MPa para cada uno de los tornillos como puede observarse en la Tabla 4-22.

Tensiones tangenciales Medias $\tau_{y,x}$ [Mpa]			
TORNILLO 1		TORNILLO 2	
AA'	BB'	CC'	DD'
26,5	25,14	24,5	25,34

Tabla 4-22. Valores de las tensiones tangenciales medias de UNI_4_35.

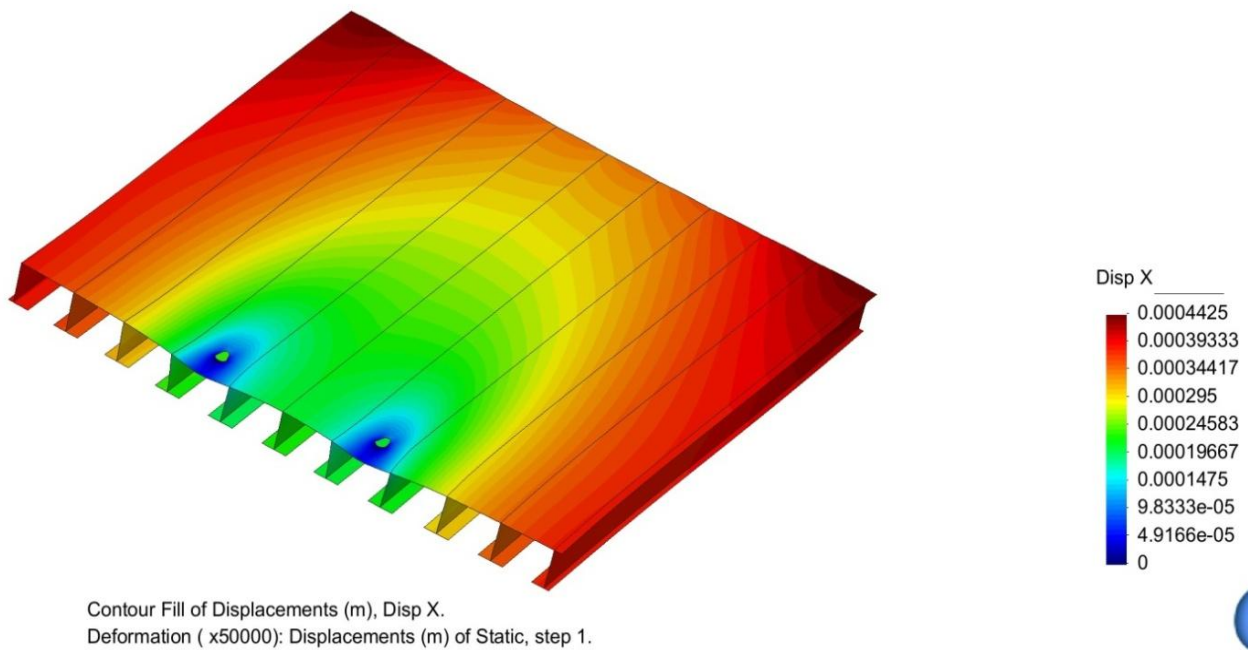


Figura 4-43. Deformada de la probeta UNI_2_35 bajo la carga última de rotura.

Por lo tanto, la modelización de la probeta UNI_4_35 determina que la carga máxima a tracción que soporta una conexión mecánica con 4.5 mm de espesor de lamina y 10 mm de diámetro es de **11,875** KN hasta el desgarre. Si se compara este valor de carga última en la conexión con el obtenido en el ensayo experimental de **13,7** KN, parece ser que con el modelo numérico la carga última de la conexión es también inferior.

4.5 Análisis comparativo de resultados

En este apartado final del Capítulo 4 se muestran los valores de las cargas últimas para los tres tipos de ensayos estudiados: los ensayos de tracción longitudinal y transversal del laminado y para el ensayo de uniones mecánicas.

Se realiza una comparación de los valores de las cargas últimas obtenidas mediante los ensayos experimentales del IETcc, los dos manuales de diseño y de la modelización numérica con el software Ramseries, para verificar el método de dimensionamiento que proponen el *Design Manual de Fiberline Composites A/S* [2] y la Guía italiana de diseño [17].

4.5.1 Ensayo de tracción del laminado

4.5.1.1 Ensayo longitudinal

La Tabla 4-23 muestra los valores de las cargas últimas de tracción longitudinal determinadas para la probeta LON_6 mediante los cálculos teóricos de los manuales (Apartado 4.2.1.1.), ensayo experimental (Apartado 4.1.1.1) y modelo numérico (Apartado 4.3.1).

Cargas últimas Ensayo Longitudinal [KN]		
Valor teórico característico $N_{t,B_{t,0^\circ}}$	Valor ensayo experimental Q_u	Valor modelo numérico Q_u
14,83	19,7	14,796

Tabla 4-23. Resultados de cargas últimas del ensayo longitudinal

La poca diferencia entre los tres valores de las cargas últimas significa una buena ejecución tanto de la modelización de la probeta como del ensayo. Como se había comentado en el Apartado 4.3.1, este ensayo servía para calibrar el modelo numérico mediante el valor de la carga de rotura y de la gráfica Tensión- Deformación de la Figura 4-18, elaborada gracias a las bandas extensométricas dispuestas en el ensayo.

Aparte de estos resultados numéricos, se ha podido ver como el modo de rotura de la probeta coincidía tanto con el ensayo experimental como con el modelo numérico, gracias en este segundo, al criterio de rotura LaRC04.

4.5.1.2 Ensayo transversal

En este caso, se toma como valor de la carga última de tracción para el ensayo experimental y teórico la media obtenida de la Tabla 4-5 para ambos casos. En el caso del modelo numérico y como ya se comentó en el Apartado 4.3.2 se utilizaron unas características geométricas representativas de todas las probetas transversales, así que se tomará el valor obtenido directamente del modelo.

Cargas últimas Ensayo Transversal [KN]		
Valor teórico característico medio $N_{t,R_{t,0^\circ}}$	Valor medio del ensayo experimental Q_u	Valor modelo numérico Q_u
5,1	4,8	5,0

Tabla 4-24. Resultados de cargas últimas del ensayo transversal.

Al igual que en el ensayo de tracción longitudinal los valores de las cargas son muy próximos. Con el modelo ya calibrado, los resultados de la Tabla 4-24 parecen ser también claros del buen procedimiento seguido y de la buena respuesta del criterio LaRC04 en la modelización.

4.5.2 Ensayo de uniones mecánicas

La Tabla 4-25 resume los valores de las cargas últimas de las conexiones obtenidos a lo largo del trabajo. Tiene como objetivo la comparación de dichos valores determinados a partir de los ensayos experimentales, del modelo numérico y del cálculo simplificado. Se recuerda que dicha conexión tiene 10 mm de diámetro y un espesor de 4.5 mm.

Fuente		Probetas del ensayo		
		UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_35
Ensayo experimental	Modo de fallo	<i>Shear-out</i>	<i>Shear-out</i>	<i>Shear-out</i>
	Valor carga última [KN]	10	9,025	13,7
Guía italiana de diseño [17]	Modo de fallo	<i>Bearing</i>	<i>Bearing</i>	<i>Bearing</i>
	Valor carga última [KN]	6,75	6,75	6,75
<i>Design Manual Fiberline Composites A/S</i> [2]	Modo de fallo	<i>Shear-out</i>	<i>Shear-out</i>	<i>Shear-out</i>
	Valor carga última [KN]	10,125	6,75	6,75
Modelo numérico	Modo de fallo	<i>Shear-out</i>	<i>Shear-out</i>	<i>Shear-out</i>
	Valor carga última [KN]	13,125	8,125	11,875

Tabla 4-25. Resultados de cargas últimas del ensayo de uniones mecánicas.

Analizando los valores de la Tabla 4-25, hay ciertos aspectos interesantes a destacar:

Aspecto 1: Para las tres probetas analizadas, las cargas últimas tanto de los ensayos como del modelo tienen valores muy próximos para el mismo modo de fallo. En las probetas UNI_4_35 y UNI_2_35, el valor obtenido mediante el modelo es en ambos casos inferior al que se determinó en los ensayos en un 11% y 15,3% respectivamente, en cambio en UNI_4_50 el valor del modelo supera al del ensayo en un 31,25%.

Los valores obtenidos en el modelo, por ejemplo, parecen estar más acorde con la teoría de rotura. Puestos que las tres probetas rompen por desgarro y que este modo de fallo depende directamente de la distancia de la conexión al borde, la probeta UNI_4_50, presenta la carga última más elevada, seguido de las otras dos. Sin embargo, en el ensayo experimental, es la

probeta UNI_2_35 la que soporta una carga última más elevada, con una diferencia de valor considerable con UNI_4_50 y UNI_4_35.

Aspecto 2: Destacar la diferencia de valores de las cargas últimas entre las obtenidas del cálculo simplificado [2] [17] con los del modelo y ensayos en las probetas UNI_4_35 y UNI_2_35.

Una de las razones para explicar la notable diferencia entre cargas últimas es el hecho que en los ensayos experimentales, la información de la que se dispone es cuando el material sufre el desgarro total, no se da constancia de posible modo de fallo por aplastamiento previo. El modo por aplastamiento se rige por la capacidad de carga del material, que según la tabla de propiedades mecánicas (Tabla 3-11), en la dirección de pultrusión es de 150 MPa. En los ensayos no se informa de dicho fallo, sin embargo, es una posibilidad que el material, antes de ser desgarrado sufra fallo por aplastamiento. Si fuera de esta manera y sabiendo que el fallo por capacidad de carga no es definitivo, los resultados de la Tabla 4-25 referentes a la guía italiana de diseño, seguirían cierta lógica, primero con un fallo por aplastamiento del material en la zona de la conexión y a medida que se aumenta la carga de tracción, el material va rompiendo a causa de las tensiones de cortante hasta el total desgarro del material.

En lo referente al *Design Manual de Fiberline Composites AS*, el uso de la resistencia a compresión de 240 MPa en vez de la capacidad de carga antes definida difiere de la propia definición del modo de fallo por aplastamiento o capacidad de carga. Este motivo inclina la balanza hacia la guía italiana como modelo de criterio a seguir para dimensionamientos.

Aspecto 3: Las probetas UNI_4_35 y UNI_2_35 presentan una geometría muy similar, con el mismo diámetro del tornillo, espesor y distancia del eje al borde de la lámina. Con estos datos y sabiendo que los modos de fallo dependen exclusivamente de ellos, se podría pensar que las cargas últimas para sus conexiones son iguales. Sin embargo, tanto para los resultados del modelo numérico como para los ensayos experimentales, los valores de las cargas son más grandes en el caso de la probeta de 2 tornillos.

5. CONCLUSIONES

El proceso inicial de documentación teórica sobre las características generales de los materiales FRP por pultrusión y en particular, de las conexiones mecánicas, ha servido para crear una base con la que se ha trabajado a lo largo de la tesina. El proceso comentado se ha llevado a cabo a partir del análisis de los métodos de cálculo simplificado, de los ensayos experimentales elaborados por el IETcc y de la realización del modelo numérico por el método de elementos finitos.

A partir de estas tres fuentes de información se ha elaborado un estudio comparativo con el objetivo de verificar los valores de las cargas últimas en las conexiones y sacar conclusiones del comportamiento de estas en base a los resultados de los ensayos experimentales.

Las conclusiones que se extraen del trabajo se pueden clasificar en tres categorías: la primera hace referencia a los propios resultados de cargas últimas en las conexiones, comparando los valores obtenidos para cada uno de los modos de fallo. La segunda conclusión está relacionada con los criterios de diseño del manual de Fiberline y de la guía italiana de diseño, dónde a partir de los resultados obtenidos en la tesina, se analizan las diferencias entre ellas con el fin de mostrar de una forma clara, sus criterios en el dimensionamiento de uniones. Por último, se muestran diferentes aspectos que se creen importantes a analizar en trabajos futuros, con el objetivo de mejorar el conocimiento de las conexiones mecánicas en estos materiales y reducir la incertidumbre que existe hoy en día en lo referente a ello.

5.1 Resultados de los ensayos

Se ha observado en general una muy buena correlación entre los resultados de los ensayos experimentales con los del modelo numérico, no solamente en lo referente a los valores de las cargas de rotura, también en los modos de fallo de los materiales.

5.1.1 Ensayo de tracción longitudinal

Los valores de las cargas últimas de rotura obtenidos mediante el cálculo teórico de los manuales de diseño y del modelo numérico son prácticamente idénticos. El uso del criterio LaRC04 ha permitido verificar el modo de fallo del laminado obtenido en los ensayos, en el centro de la probeta y por fallo de las fibras a tracción. Sin embargo, el valor de la carga última determinada en el ensayo es ligeramente superior a los otros dos valores; la diferencia obtenida es de 5KN, un 33% superior a ellas.

Con este resultado a la vista, se da por satisfactorio tanto el modelo como el manual de diseño y se concluye que el fallo de un laminado sometido a una carga a tracción en la dirección longitudinal, rompe debido al fallo de las fibras en la zona dónde la matriz empieza a debilitarse. Este resultado deja constancia de que, a pesar que la matriz no aporta rigidez al material, su debilitamiento provoca que las fibras dejen de funcionar como un conjunto y que sea más fácil el fallo.

5.1.2 Ensayo de tracción transversal

Este apartado hace referencia al ensayo de tracción del laminado con la carga en la dirección perpendicular a las fibras. Su objetivo es evaluar la resistencia transversal del material a partir de los resultados de los ensayos, manuales y el modelo numérico.

Se han analizado los valores obtenidos en los ensayos experimentales facilitados en el informe del IETcc y comparado con los teóricos de los dos manuales de diseño y el modelo numérico. De los resultados obtenidos se concluye que los valores de las cargas últimas de rotura son prácticamente iguales en los tres casos.

La rotura de la probeta es causada esta vez por el fallo de la matriz a tracción con una carga pequeña en comparación con el ensayo longitudinal. Esto es debido a la poca resistencia a tracción que proporciona la dirección perpendicular a la pultrusión, es decir, la matriz y los mats. Dicha rotura se produce tanto en el ensayo experimental como en el modelo, en la zona de conexión ala-alma, donde el conjunto es más débil y propenso al fallo.

5.1.3 Ensayo de uniones mecánicas

Los resultados obtenidos del modelo numérico del ensayo de uniones proporcionan valores similares a los experimentales, en algunos casos valores mayores y en otros menores, como puede observarse en la Tabla 5-1.

		Probetas del ensayo		
Fuente		UNI_4_50	UNI_4_35	UNI_2_35
Ensayo experimental	Carga última [KN]	10	9,025	13,7
Modelo numérico	Carga última [KN]	13,125	8,125	11,875

Tabla 5-1. Cargas últimas del modo de desgarre del material.

Los valores obtenidos mediante los modelos, son inferiores en el caso de UNI_4_35 y UNI_2_35 y ligeramente superior en el caso de UNI_4_50, siendo las diferencias del 11%, 15,3% y 31,25% respectivamente. No se puede afirmar que los valores de cargas obtenidos son excesivamente parecidos, sin embargo, son suficientes para verificar el modo de fallo de desgarre del material en los ensayos.

Los valores de las cargas últimas del modo de desgarre obtenidos en los manuales, remarcan la influencia de la distancia del eje del tornillo al borde libre de la lámina. Las conexiones con un valor de distancia mayor necesitan de una carga de tracción más grande para sufrir un desgarre en su sección. Los valores en los manuales así lo indican, con una carga última para UNI_4_50 un 50% más elevada que la correspondiente a UNI_4_35 y UNI_2_35. Sin embargo, los valores obtenidos en el ensayo y modelo, parecen no seguir esta tendencia, siendo en el ensayo, la probeta UNI_2_35 la que tiene la carga última más elevada y en el modelo la probeta UNI_4_50 seguida de UNI_2_35. En los dos casos, la probeta UNI_4_35 es la que requiere menos carga de tracción para sufrir un desgarro en el material, hecho que podría estar relacionado con el número de conexiones del panel.

Las diferencias estrictas de valores de carga última de desgarre en las distintas probetas son las siguientes:

- 1) **UNI_4_50**: la carga más grande obtenida es la perteneciente al modelo numérico seguido del manual de diseño y del ensayo, con diferencias de 29% y 31,25% respectivamente (ver Tabla 5-2).

Fuente	UNI_4_50
Ensayo experimental	10 KN
Modelo numérico	13,125 KN
Manuales de diseño	10,125 KN

Tabla 5-2. Cargas últimas en las conexiones de UNI_4_50 del modo de desgarre.

- 2) **UNI_4_35**: la carga más grande obtenida es la perteneciente al ensayo experimental, seguido del modelo y del manual, con diferencias de 11% y 33,7% respectivamente (ver Tabla 5-3).

Fuente	UNI_4_35
Ensayo experimental	9,025
Modelo numérico	8,125
Manuales de diseño	6,75

Tabla 5-3. Cargas últimas en las conexiones de UNI_4_35 del modo de desgarre.

- 3) UNI_2_35: la carga más grande obtenida es la perteneciente al ensayo experimental, seguido del modelo y del manual, con diferencias de 15,4% y 102% respectivamente (ver Tabla 5-4).

Fuente	UNI_2_35
Ensayo experimental	13,7
Modelo numérico	11,875
Manuales de diseño	6,75

Tabla 5-4. Cargas últimas en las conexiones de UNI_2_35 del modo de desgarre.

Se podría concluir que los valores para este modo de fallo obtenidos en los manuales son ligeramente inferiores a los obtenidos en el ensayo y modelo para las probetas con una distancia mínima de la conexión al borde libre. Por este motivo, se cree conveniente usar una limitación geométrica a esta distancia, por ejemplo, la que propone la guía italiana, tal que:

$$e/d \geq 4 \quad [5.01]$$

Haber verificado las cargas últimas del modo de desgarre en los ensayos con el modelo, no quiere decir que haya sido el modo inicial de rotura. Según la guía italiana de diseño, el modo de aplastamiento es el que debe ocurrir primero, previamente al desgarre del material. Sin embargo, en el informe del IETcc no consta información alguna sobre la ocurrencia de aplastamiento ni ninguna gráfica carga-desplazamiento de dónde extraer conclusiones que puedan ser de utilidad. Por esta razón, la verificación que el modo de aplastamiento del material ocurre en primera instancia y aunque parezca la opción más natural, no ha podido ser comprobada con los valores obtenidos de los manuales de diseño y del modelo numérico.

5.2 Manuales de diseño

Después de haber comparado los resultados de las uniones entre manuales, modelos y ensayos, se podrían nombrar tres diferencias esenciales en el criterio de diseño de uniones mecánicas entre la guía italiana de diseño y el manual de *Fiberline*.

- 1) El modo de aplastamiento según la guía italiana se basa en la capacidad de carga del material, usando esta propiedad mecánica para determinar el valor de la carga última. Sin embargo, el manual de *Fiberline* propone el uso de la resistencia a compresión. Sabiendo que el modo de aplastamiento es el menos perjudicial para el material y por lo tanto el modo deseado en el dimensionamiento, el uso de la resistencia a compresión daría unos valores muy altos de las cargas últimas, lejos de la realidad.
- 2) La limitación geométrica usada para evitar el fallo por desgarre, siendo de 3,5d para *Fiberline* y de 4d para la guía italiana. Viendo los resultados obtenidos con las probetas con una distancia de 35mm del borde libre, se cree más conveniente el uso de la limitación propuesta por la guía italiana de diseño, pues como se ha

comentado, al aumentar la distancia al borde también se está aumentando la carga última de desgarre del material.

- 3) La facilidad de comprensión e interpretación de los distintos apartados de la guía italiana por encima del manual de *Fiberline*. En este segundo, es necesario analizar en riguroso detalle el apartado de uniones mecánicas para llegar con las mismas expresiones que en la guía italiana, y así, evitar el uso de las tablas de dimensionamiento solamente útiles para el caso específico de conexiones con una distancia al borde libre de $3,5d$, con la carga en la dirección particular de la pultrusión, y de $2,5d$ en la transversal.

Con este análisis de los diferentes criterios de diseño de los manuales, se ha pretendido crear una base de conocimiento de sus métodos en el trato de las uniones mecánicas en materiales FRP fabricados por pultrusión. De ningún modo existe la intención de valorar la certeza de ellos ni aconsejar el uso de uno en particular.

5.3 Trabajos futuros

Habiendo hecho el análisis de los resultados del trabajo, hay ciertos aspectos relacionados con las uniones mecánicas que se deberían tener en cuenta y ser estudiadas en trabajos futuros. Entre los más destacados se encuentran:

1. Analizar el grado de permisividad que se le puede atribuir al fallo por aplastamiento del material, es decir, cómo de definitivo es para el material sufrir este fallo primero que otro y como afecta este a las propiedades mecánicas. Éste estudio permitiría encontrar la carga óptima entre el fallo de aplastamiento y el que sería definitivo para el material, y así evitar un posible sobredimensionamiento de las uniones.
2. Analizar diferentes distribuciones geométricas de uniones para determinar la influencia de la distancia del eje del tornillo al borde de la lámina en el modo de desgarre. De esta manera encontrar un límite superior e inferior de la distancia en función del espesor de la lámina y del diámetro del tornillo. Este estudio permitiría optimizar las limitaciones geométricas y enfocar de una forma mejor el diseño hacia un modo de fallo menos perjudicial, como el aplastamiento del material.
3. Analizar el comportamiento del material y los modos de fallo para probetas con un número diferente de tornillos. En la tesina se ha podido observar el cambio de la carga última de rotura entre las probetas de 2 y 4 tornillos, pero es necesario una serie más amplia de ensayos para llegar a alguna conclusión al respecto. En particular, *Fiberline* aconseja el uso de cómo máximo 4 tornillos en una fila y en el caso inevitable de necesitar un número mayor, es necesaria una consulta con su equipo técnico.
4. Hacer un análisis comparativo del uso de uniones mecánicas o adhesivas en elementos pultrusionados, o el uso conjunto de las dos. El análisis se podría basar

en determinar las ventajas y desventajas que ofrecen cada una de los tipos de unión, tanto a nivel estructural, por ejemplo, la influencia del tipo de unión en el pandeo local del elemento, como en aspectos más relacionados con los ambientes a los que pueden estar sometidos, costes de aplicación, mantenimiento, etc.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Miravete, Antonio. *Materiales Compuestos* (Tomos I y II). Editorial Reverté S.A, 2007.
- [2] Fiberline Composites A/S. *Fiberline Design Manual*, 2003.
- [3] Olivares Santiago,M., Galán Martín, C., Roa Fernández,J. *Los Composites. Características y aplicaciones en la edificación*. Informes de la construcción, Vol. 54, No 484, 2003.
- [4] Diego Villalón, A., Gutiérrez Jiménez, J.P., Arteaga Iriarte, A., López Hombrados, C. *Utilización de materiales compuestos en la construcción de nuevos puentes*. Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (CSIC). Actas de las II Jornadas de Investigación en Construcción, 2008.
- [5] L Clarke, John. *Structural Design of Polymer Composites: Eurocomp Design Code and Handbook*. 1996.
- [6] Research Council of the Technical Council on Research of the American Society of Civil Engineers. *Structural Plastic Design Manual*. ASCI, 1986.
- [7] Bank, C. *Composite for Construction (Structural Design with FRP Materials)*. Publicado por John Wiley & Sons ,Inc.Hoboken, New Yersey, 2006.

- [8] Mottram, J.T. Design Guidance for Bolted Connections in Structures of Pultruded Shapes: Gaps in knowledge. University of Warwick (UK), 2009.
- [9] Poveromo, Scott. *The use of Reinforced Polymer Composites to Retrofit Reinforced Concrete Bridge Columns*, 2003.
- [10] Oñate, E. *Cálculo de Estructuras con Materiales Compuestos laminados por el Método de los Elementos Finitos*, CIMNE, Barcelona, 1995.
- [11] Oñate, E. *Análisis de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos*, Segunda edición, CIMNE, Barcelona, 1995.
- [12] Pinho, Silvestre., G.Dávila, Carlos., P. Camanho, Pedro., Iannucci, Lorenzo., Robinson, Paul. *Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity*. NASA Scientific and Technical Information (STI), 2005.
- [13] Wang, Youjiang. *Bearing Behaviour of Joints in Pultruded Composites*. Journal of Composites Materials, 2002.
- [14] Karakuzu, Ramazan. *Failure behavior of laminated composite plates with two serial pin-loaded holes*. Composite Structures 82, 2007.
- [15] Okutan, Buket. *The effects of geometric parameters on the failure strength for pin-loaded multi-directional fiber-glass reinforced epoxy laminate*. Composite Structures, 2002.
- [16] Karakuzu, Ramazan. *Effects of geometric parameters on failure behavior in laminated composite plates with two parallel pin-loaded holes*. Composite Structures, 2007.
- [17] National Research Council of Italy. *Guide for the Design and Construction of Structures made of FRP Pultruded Elements*, Rome, 2008.
- [18] Collings, T.A. On the Bearing Strengths of CFRP Laminates, Volume 13 (3), 1982.
- [19] *Bases for projecting and stress on supporting structures*. Eurocode 1, Section 1, 2009.
- [20] Arteaga Iriarte, Ángel., de Diego Villalón, Ana. *Informe de los ensayos experimentales por el IETcc*.

7. ANEJOS

Datos Tensiones Tangenciales medias en las secciones de la probeta
UNI 4 50 bajo carga de rotura (52,5 KN)

Sección AA'		Sección BB'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]
0	93,020496	0	-88,427128
0,004740059	92,754672	0,004766998	-88,180096
0,14282227	91,105192	0,1697998	-86,157288
0,53833008	75,762544	0,56585693	-72,677944
1,1130371	69,04012	1,125061	-67,889184
1,1687927	68,027688	1,1367798	-67,707824
1,2237549	67,707392	1,1460876	-67,67364
1,980835	55,207708	1,1983337	-67,25076
2,1859131	52,638948	2,201355	-53,984124
2,4515686	52,212644	2,4540405	-51,74076
3,4169006	40,452336	3,1069641	-49,400556
4,2497559	38,676052	3,8353577	-44,060284
5,3925476	33,606576	4,0480347	-43,952876
6,0617065	31,780482	5,8629761	-36,92186
7,0144043	30,821292	5,9127197	-36,875876
8,2549438	24,31552	8,1714478	-30,073004
9,2456055	22,610578	8,2317505	-30,0245
12,656067	16,748719	9,9407959	-24,393504
14,505493	14,530781	11,464447	-22,81728
18,930969	12,666297	13,953247	-19,07171
20,335236	11,600255	15,69632	-17,560902
26,992401	9,020798	18,935577	-13,692692
27,665894	8,666869	21,402832	-12,904679
33,778137	7,128346	23,55127	-10,032826
35,269073	6,609013	29,405304	-8,833854
35,418793	6,6601805	31,441589	-8,1000575
35,670929	6,6318955	33,654846	-7,032372
47,5	0,95858969	40,481628	-5,5886845
		42,430603	-3,8911498
		47,5	-0,96271244

Sección CC'		Sección DD'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]
0	85,691032	0	-91,308384
0,004740059	85,448888	0,004768658	-91,051608
0,15319824	83,804648	0,1697998	-88,95176
0,53375244	70,715056	0,56582642	-74,787488
1,125061	64,782684	1,125061	-69,688856
1,1367798	64,602396	1,1367798	-69,495176
1,1454468	64,573184	1,144928	-69,4592
2,0397339	52,47674	1,239624	-68,507056
2,1702576	51,42914	2,2678223	-54,695588
2,3292236	51,271792	2,3917847	-53,425856
3,4610596	40,1354	3,0745239	-50,32186
4,2351379	38,796736	4,1580505	-42,341724
5,2520142	32,666404	4,3190308	-42,283148
6,3701172	30,519762	5,6855469	-35,316192
7,8033447	27,22289	6,0379028	-34,96262
8,8935547	24,713488	7,4092407	-27,744056
11,541229	21,84232	10,60379	-25,093518
11,621185	21,640026	10,735809	-24,677006
11,773163	21,507064	10,827301	-24,606446
15,159668	16,388555	15,002838	-18,153052
15,765259	15,814562	15,590576	-17,671898
16,998352	15,672751	19,677673	-13,702377
21,448456	9,431728	20,878906	-12,367853
29,109314	9,097499	26,31366	-8,825099
29,274445	8,979126	29,419952	-8,469362
29,351746	8,98012	33,614868	-7,022232
29,806274	8,876065	38,863525	-5,3913135
36,500458	5,769415	41,727783	-5,407176
40,952942	5,4268025	47,5	-0,71726344
47,5	1,2000171		

Sección EE'		Sección FF'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]
0	89,689728	0	-87,082928
0,004739101	89,441248	0,11862183	-85,244528
0,11865234	88,364096	0,54989624	-70,334832
0,54992676	71,97556	0,96731567	-67,332552
0,9190979	68,439536	1,1307678	-64,20056
1,3353577	62,63288	1,629303	-54,46886
1,6760254	57,4921	2,3317871	-51,020472
1,8695068	55,235192	2,7395935	-46,614884
2,2217407	54,4588	3,9822083	-41,989892
3,0365295	43,667636	4,0603027	-41,611584
4,2149963	41,781044	4,8732605	-38,498512
4,2453613	41,57638	5,5069885	-35,5927
4,3517761	41,286008	5,5913086	-35,448744
6,0554199	33,315644	7,1260681	-29,483366
6,5311584	33,050802	7,6929321	-27,774344
8,4998169	26,266244	8,3927307	-27,469228
9,7745056	25,089998	11,110748	-22,370486
11,87262	20,377076	11,572815	-22,160096
14,434174	17,990556	14,245667	-15,893194
15,986389	15,781562	16,882751	-14,496372
20,526672	13,213399	19,918182	-12,274315
21,387787	12,502633	24,876953	-10,384108
21,6987	12,506279	26,350616	-10,019431
28,437439	7,455956	31,381073	-8,812672
33,327881	7,1647465	33,535522	-7,740364
36,446167	5,647421	34,314392	-7,5134295
46,266693	2,357497	40,891602	-5,1027515
47,5	1,282842	46,097198	-1,9218965
		47,5	-0,43889391

Sección GG'		Sección HH'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]
0	86,617856	0	-94,52664
0,00473864	86,374736	0,004769104	-94,258016
0,15426636	84,784024	0,1697998	-91,883768
0,53839111	71,679216	0,56585693	-76,8898
1,125061	66,136192	1,125061	-71,030072
1,1367798	65,962628	1,1367798	-70,81612
1,145752	65,937436	1,1460876	-70,762592
2,0163879	53,842232	1,1944275	-70,283648
2,1955566	52,337316	2,1481934	-55,0238
2,4204712	52,1525	2,3728027	-52,549608
3,4208984	41,42332	3,0790405	-49,595888
4,2497864	39,749572	3,8353577	-43,293668
5,5186157	34,737744	4,0480652	-43,225756
6,3499756	32,647548	6,3951721	-33,754884
7,2595825	31,173272	6,5249023	-33,62688
8,7890015	25,829022	6,9518433	-32,888108
10,128723	23,62328	8,5544739	-26,61823
12,081055	19,64512	9,3974609	-25,851236
14,222473	17,686496	10,930542	-21,643802
16,326233	15,196813	12,207214	-20,980568
19,020569	12,635679	13,648376	-18,147984
22,520203	8,673548	15,682312	-15,221888
25,784088	7,2258235	20,399811	-12,924485
30,269653	8,208854	21,235992	-12,320631
30,897888	8,2372515	22,398773	-12,273104
37,448608	5,5512295	26,724915	-7,891666
45,959625	1,7249363	29,58905	-6,7713945
47,5	1,7343421	35,938904	-5,406482
		39,592285	-4,27526
		43,106506	-3,848904
		47,5	-1,3746104

**Datos Tensiones Tangenciales medias en las secciones de la probeta
UNI 4 35 bajo carga de rotura (32,5 KN)**

Sección AA'		Sección BB'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [MPa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [MPa]
0	63,757588	0	-61,329996
0,1829834	58,004292	0,26403809	-55,030456
0,65914917	51,624676	0,40670776	-51,827076
0,73236084	50,126004	0,68023682	-49,469188
0,81063843	49,627496	0,98422241	-43,357996
1,3925174	40,433796	1,5431519	-41,490224
1,8062744	38,782268	1,7316895	-39,742788
2,2183838	34,464424	1,8245239	-39,649984
2,9840088	31,918204	2,5066528	-33,926796
3,0372314	31,595348	2,913147	-33,279206
4,0464478	27,25962	3,3657227	-30,820084
4,2062988	26,614308	4,408783	-28,552914
5,5780945	23,116354	4,5404663	-27,995852
5,7237244	22,905502	5,9284668	-24,732032
6,710022	19,837192	6,0005798	-24,621986
7,4586792	19,248854	7,7475281	-21,083654
9,119873	16,522753	8,0258789	-20,537766
10,119873	15,64652	9,6708069	-17,926306
12,310181	13,554004	10,513367	-17,250056
13,189453	12,965744	12,247345	-14,609921
17,022583	10,628023	13,173248	-14,027523
17,254578	10,529627	15,722351	-13,473448
17,973694	10,339345	17,393097	-10,8901
23,455139	7,4479595	19,73822	-10,449986
26,370453	5,106836	24,119659	-8,039813
32,5	1,5436191	28,358826	-3,8081318
		32,5	-1,7048758

Sección CC'		Sección DD'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [MPa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [MPa]
0	58,905264	0	-62,336728
0,18301392	53,78138	0,26400757	-55,734948
0,65914917	48,338616	0,40670776	-52,350928
0,73236084	47,014148	0,68023682	-49,7053
0,81063843	46,613428	0,98422241	-43,26468
1,3925174	38,665108	1,5431519	-40,953116
1,8062744	37,402616	1,7316895	-39,012444
2,2183838	33,656588	1,8245239	-38,85654
2,9840088	31,540596	2,5066528	-32,647074
3,0372314	31,25644	2,913147	-31,861968
4,0464478	27,33142	3,3657227	-29,237854
4,2062683	26,746754	4,408783	-26,890318
5,5780945	23,426206	4,5404663	-26,315006
5,7321472	23,215784	5,9284668	-23,110976
6,7294312	20,299652	6,0161743	-22,966052
7,4127197	19,627098	7,8085327	-19,586392
9,5361633	16,940536	8,0500488	-19,097
10,034851	16,550386	9,770752	-16,371564
12,750977	13,813963	11,840027	-15,170897
13,182983	13,556383	12,678375	-14,212966
17,005676	11,123119	12,933472	-14,1365
17,263	10,924375	13,862946	-13,778319
17,29425	10,911599	17,506104	-9,978436
23,665283	7,864787	19,636536	-9,556975
25,232147	6,445803	23,936859	-7,523281
32,5	1,5309795	30,144531	-2,6239895
		32,5	-1,8363988

Sección EE'		Sección FF'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [MPa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [MPa]
0	59,12984	0	-58,820796
0,17944336	54,45126	0,21685791	-53,211928
0,66955566	48,400932	0,38342285	-50,0628
0,75714111	46,781696	0,7822876	-46,553356
0,95599365	45,46454	0,80371094	-46,243728
1,5853577	37,863756	0,83493042	-46,075304
1,8275146	37,047344	1,3115234	-39,592352
1,8275757	37,047348	1,7695923	-37,6829
2,2851257	32,81155	1,9443359	-35,957768
3,0267029	30,50959	2,2117004	-34,933196
3,2411499	29,08863	2,6119995	-32,065406
4,2572327	26,084922	2,8621826	-31,7093
4,3386536	25,843798	3,1863403	-29,303762
5,4418335	23,45716	4,2281189	-27,406094
5,9454041	22,175866	4,2292786	-27,401416
5,9827271	22,15508	4,241333	-27,373912
6,1438293	21,96115	5,6080322	-23,6975
8,1087646	17,776382	5,6918335	-23,603418
8,5639648	16,979144	6,0163269	-23,19443
9,9935913	16,050632	7,4439087	-19,588574
11,069032	14,676228	7,9316101	-18,883268
11,311859	14,629689	10,105042	-16,379185
14,811401	11,753705	10,4953	-15,973123
18,937622	9,202715	13,395935	-12,933884
19,804108	8,968889	14,904602	-11,914995
20,523956	9,11533	17,763153	-10,024928
26,324341	5,7778235	22,293945	-8,140649
30,071655	4,0398013	24,650421	-7,32187
32,5	1,8639241	29,147614	-4,6574035
		32,5	-1,4620033

Sección GG'		Sección HH'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [MPa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [MPa]
0	55,560676	0	-60,754156
0,17956543	51,225476	0,3598938	-52,934936
0,7428894	45,578752	0,43887329	-51,563384
0,74435425	45,552076	0,50241089	-50,645888
0,74734497	45,536336	0,66122437	-49,4245
1,5307312	36,368236	1,1016846	-41,341692
1,8379517	35,781304	1,4871826	-39,513044
2,4854431	31,29628	1,6476135	-37,780248
2,9786682	30,125256	1,7906799	-37,37252
3,4374695	28,157332	2,3595276	-32,004752
3,9949341	26,713596	3,0579529	-30,115764
4,6087341	24,282616	3,2135925	-29,18157
5,6574707	22,340146	4,165741	-25,628446
6,346405	20,89581	4,4340515	-24,527596
7,5497742	19,015282	5,5875244	-22,711238
8,6948547	17,26122	5,9160461	-21,825558
9,9675293	15,824665	5,992218	-21,79867
11,918243	13,938524	7,9354553	-18,20063
13,086609	13,066666	8,2168274	-18,067836
16,487915	10,92405	10,729584	-14,637925
17,159912	10,628465	11,214082	-14,397491
20,032928	8,461313	12,080841	-14,12173
22,172455	7,7649325	14,756927	-10,763228
31,079681	2,3184158	17,148163	-8,95891
32,500031	2,1610055	21,808838	-7,939393
		23,020782	-7,556343
		25,732666	-6,8740615
		32,500031	-1,5473226

Datos Tensiones Tangenciales medias en las secciones de la probeta UNI 2_35
bajo carga de rotura (23,75 KN)

Sección AA'		Sección BB'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]
0	82,074656	0	-78,65968
0,008393222	81,760352	0,000503309	-78,64416
0,11868286	79,60524	0,11465454	-77,078576
0,54992676	65,476048	0,55899048	-65,153808
0,91757202	61,263932	1,1250916	-60,642188
1,2932129	55,14632	1,1368103	-60,465592
1,6460571	49,314868	1,1488953	-60,41432
1,8467102	47,110424	1,6287537	-51,565604
2,254364	45,250652	2,3305359	-47,411988
2,9434814	38,39488	2,7493286	-44,099156
4,2149658	33,375958	3,9822388	-39,758428
4,2453918	33,197004	4,0603638	-39,42556
6,0126953	28,605248	5,8918762	-33,498448
6,244812	27,654674	6,1147156	-32,708728
8,5048523	22,952308	8,2532349	-27,616818
9,5843201	22,056458	9,5492554	-25,028768
11,344604	19,511924	11,65329	-21,626884
12,757568	18,909008	15,300415	-18,883008
15,35611	14,124583	15,86795	-18,178778
17,622681	13,670237	16,872131	-17,673354
19,521851	11,364397	20,463867	-13,340956
25,649353	9,375632	24,18924	-10,995126
25,807678	9,325994	26,560577	-9,054871
26,007568	9,32322	31,055511	-5,2694485
32,5	5,5237405	32,500031	-4,814963

Sección CC'		Sección DD'	
Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]	Distancia al punto [mm]	Tensión Tangencial Tyx [Mpa]
0	71,44256	0	-74,271792
0,004739101	71,277744	0,004768658	-74,081048
0,18273926	69,996728	0,16986084	-72,16056
0,55377197	62,714604	0,56582642	-62,357968
1,125061	56,036332	1,125061	-54,31888
1,1367798	55,88464	1,1367798	-54,102016
1,1452332	55,870332	1,1460876	-54,042392
1,8607788	51,118168	1,1983337	-53,589528
2,2323303	48,574164	2,201355	-41,846096
2,2434692	48,499032	2,454071	-39,666076
3,1616516	38,558616	3,0187378	-37,901516
3,9063721	37,199	3,6785583	-34,284364
5,3885803	31,598844	4,0104065	-33,794028
6,2618408	29,436754	5,0791321	-27,132042
7,2894592	27,603476	6,0126953	-25,011518
8,9399414	22,819802	7,4769287	-21,87254
11,354889	20,950658	8,9195557	-21,288052
12,017975	20,028824	10,290405	-19,46361
13,972137	15,91053	11,920105	-16,963896
16,437134	14,37143	15,548798	-14,662117
18,628418	12,146697	15,767639	-14,363427
23,394409	8,822302	16,021332	-14,217444
24,166748	7,930921	20,715485	-9,993149
31,74115	5,3895785	23,094727	-10,015254
32,5	4,977148	27,437469	-6,3123465
		31,522888	-4,586632
		32,5	-4,0087245